



TITLE:

電気・電磁探査データの2次元インバージョンの安定化と適用に関する研究( Dissertation\_全文 )

AUTHOR(S):

内田, 利弘

---

CITATION:

内田, 利弘. 電気・電磁探査データの2次元インバージョンの安定化と適用に関する研究. 京都大学, 1996, 博士(工学)

ISSUE DATE:

1996-09-24

URL:

<https://doi.org/10.11501/3118722>

RIGHT:

②

電気・電磁探査データの2次元インバージョンの安定化と  
適用に関する研究

1996年4月

内田利弘

## Stable Two-Dimensional Inversion of Electrical and Electromagnetic Data and Its Application to Field Data

April 1996

Toshihiro Uchida

## 要旨

電気・電磁探査のインバージョンは非線形問題であり、一般に、初期モデルのまわりで応答関数を線形化したのち、最小二乗法を用いてモデルを修正する手法が適用される。そして、データの残差が十分小さくなるまでモデルの修正を繰り返す。しかし、応答関数の強い非線形性のため、インバージョンは非常に不安定であることが多い。そこで、本研究では、比抵抗分布は滑らかであるという制約を与えて安定化を図ることにする。最適な滑らかさ（平滑パラメタ）を決定するために、ベイズ統計とエントロピー最大化の原理から導出された情報量基準ABICを用いる。ベイズモデルではデータの残差の最小化と比抵抗分布の粗さ（ラフネス）の最小化を同時に満たすモデルを追求する。ABICを導出する際、残差およびラフネスはそれぞれ平均ゼロの正規分布に従うと仮定する。この手法によって、データに含まれる情報だけから客観的に最適な平滑パラメタを選択することができる。本研究において、比抵抗法およびMT法 (magnetotelluric method) について、ABIC最小化法を用いる平滑化制約の2次元インバージョンプログラムを作成し、数値実験および実測データに適用して手法の有効性を調べた。

数値実験の結果、本手法が非線形問題にも有効に適用できることを確認した。最適な滑らかさはデータに含まれるノイズに依存し、測定誤差が大きいときには大きな平滑パラメタが選択されてスムーズなモデルになり、測定誤差が小さいほど小さな平滑パラメタが選択され、残差の小さいラフなモデルが得られる。データが正確に測定されていれば、平滑化制約のために滑らか過ぎるモデルになるという危険性はない。数値実験の場合、反復修正は非常に安定であり、自動的に収束が得られる。

地熱地域および金属鉱床地域において取得されたMT法、CSAMT法 (controlled-source audio-frequency magnetotelluric method)、シュランベルジャ法、および、比抵抗トモグラフィのデータに対して本プログラムを適用した結果、実測データに対しても十分安定なインバージョンが行えることを確認した。ただし、測定データに含まれる系統的なノイズや



構造の3次元性等によって、応答関数の線形近似が破綻し、パラメタの反復修正にダンピングの操作が必要になることがあった。得られた比抵抗モデルは坑井調査による推定地質断面や電気検層データと整合的である。

ABIC最小化法を用いた最小二乗法インバージョンでは、測定誤差の絶対値がわからないときでも、相対的な値がほぼ正しいと判断できれば、それらを重みとして用いたインバージョンが可能である。平滑パラメタやrms残差は重みによって正規化された値になるので、重みの絶対値に依存するが、データ相互の重みの相対的な関係は保たれるので、得られる比抵抗モデルは影響を受けない。最終的なrms残差から測定誤差がどれだけ過小評価されたかを推定できる。

実測データの場合、ランダムノイズと系統的なノイズが混在し、また、地下構造も複雑である。そのため、測定誤差の評価と重みの与え方によってモデルは異なってしまうことがある。測定誤差を正確に把握し、個々のデータに重みを正しく与えることが、信頼性の高い比抵抗構造を得るために重要である。

*This thesis is dedicated to my wife.*

# 目次

## 1. 緒論

1.1 はじめに .....	1
1.2 探査法の概要 .....	2
1.3 近年の研究動向と本研究の位置づけ .....	4
1.4 本研究の概要 .....	7
1.5 著作リスト .....	9

## 2. データ解析の方法

2.1 はじめに .....	14
2.2 平滑化制約の最小二乗法インバージョン .....	14
2.3 ベイズ統計とABIC最小化法 .....	17
2.4 フォワード計算とヤコビアン行列の算出 .....	21
2.5 解析の流れ .....	26

## 3. 数値実験

3.1 はじめに .....	40
3.2 MT法 .....	40
3.3 比抵抗トモグラフィ .....	62
3.4 シュランベルジャ法 .....	81
3.5 まとめ .....	89

## 4. 澄川地熱地区のデータ解析

4.1 はじめに .....	91
4.2 調査データ .....	91

4.3 MT法データの処理 .....	94
4.4 測線Iの解析 .....	97
4.5 測線Cの解析 .....	102
4.6 測線2の解析 .....	104
4.7 解釈 .....	106
4.8 まとめ .....	108
5. 小坂地区のデータ解析 .....	
5.1 はじめに .....	130
5.2 CSAMT法 .....	130
5.3 比抵抗トモグラフィ .....	132
5.4 地質データとの比較 .....	136
5.5 まとめ .....	138
6. 測定誤差に関する考察 .....	
6.1 はじめに .....	157
6.2 測定誤差と重み付きインバージョン .....	158
6.3 Noise Floor の影響 .....	160
6.4 まとめ .....	162
7. 結論 .....	167
参考文献 .....	171



# 1. 緒論

## 1.1 はじめに

電気・電磁探査法は電流や電磁誘導現象を用いて地下の比抵抗構造を推定する手法である。岩石や地層の比抵抗（導電率）は、たとえば、深成岩や変成岩のように堅牢で緻密な岩石（数1000  $\Omega\cdot\text{m}$ ）から、水を多く含む粘土層（数 $\Omega\cdot\text{m}$ ）まで、何桁もの範囲で変化をするので、比抵抗分布は地質構造を推定するために有効な手段になる。古くから金属鉱床、石油、地熱などの資源開発や、地下水、建設、防災などの地質調査に利用されてきた。

電気・電磁探査法の主な手法には、直流電流を電極を介して地下に送り、それによって形成される電場を測定する比抵抗法、雷や電離層で発生する電磁場が大地中を伝播する現象を利用するMT法（マグネトテルリック法）、人工的に交流電磁場を発生させ大地中に誘導される電流による信号を測定するCSAMT (controlled-source audio-frequency magnetotelluric) 法やTEM (transient electromagnetic) 法などがある。また、電極や磁力計を坑井内に下ろして測定するトモグラフィ手法も実用化されつつある。

一般に地下構造は複雑であり、地表からの探査によって地下の比抵抗構造を正確に求めることは難しい課題である。近年のエレクトロニクス技術の進歩に伴い、電気・電磁探査法の測定装置の能力は急速に向上し、品質の高いデータを大量かつ迅速に取得できるようになってきた。また、同時に、コンピュータ技術の発展もめざましく、探査データをより高精度に解析できる2次元・3次元構造解析プログラムの開発が盛んに行われている。

大地中の電場・磁場はポアソンの方程式やマクスウェルの電磁方程式に従う。これらの方程式を解いて、2次元・3次元構造に対する直流応答・電磁波応答を求めるには有限要素法・差分法などの数値計算手法が必要であり、一般に大きな計算機メモリとCPU

時間を必要とする。また、大地応答の地下構造に対する非線形性は非常に強い。測定データから大地の比抵抗分布を求めるインバージョンにおいては、強い非線形性のため、安定に比抵抗モデルを求めることは非常に難しい。フォワードおよびインバージョンプログラムに必要とされる要素として、

- 1) 任意の比抵抗構造に対する応答を高精度かつ高速に計算することができる、
  - 2) 非線形性の強い逆問題を安定に解いて比抵抗構造を自動的に求めることができる、
- が挙げられる。

有効な2次元・3次元解析手法の開発に伴い、より高精度な探査を必要とする分野でも電気・電磁探査が利用される機会が増えている。それに伴い、電気・電磁探査に求められる情報量も一世代前に比べ格段に高度なものへと質を変えつつある。そのニーズに答えるためには、さらに高性能な測定技術および解析技術の開発が必要である。

## 1.2 探査法の概要

本研究では電気・電磁探査法のうち、比抵抗法、MT法およびCSAMT法の2次元インバージョンを扱う。本節ではこれらの手法について概説する。

比抵抗法は直流電流を電極を介して地下に送り、それによって形成される電場を測定して地下の比抵抗分布を調べる手法である。基本的に4つの電極を用いる(第1.1図)。2つを直流電流を流すために用い(電流電極)、他の2つで電位差を測定する(電位電極)。電極の配置の方法にはいくつかの規則的なものが用いられ、それぞれに名称が付けられている(第2章参照)。大地が均質であれば、流した電流の大きさ $I$ と測定される電位差 $V$ から次式によって地下の比抵抗 $\rho$ を算出できる。

$$\rho = G \frac{V}{I} \quad (1-1)$$

ここで、 $G$ は電極の位置関係で決まる係数である。しかし、実際には大地は均質ではないので、(1-1)式は地下の真の比抵抗を表さない。 $\rho$ は地下を均質と見なしたときの比抵抗

抗値であり見掛け比抵抗 ( $\rho_a$ ) と呼ぶ。電極の間隔や位置をいろいろと変えて測定し、多くの見掛け比抵抗値を求める。それをインバージョン手法によって解析することにより地下の真の比抵抗分布を求めることができる。従来は地表のみに電極を配置する探査として用いられていたが、近年は、電極を坑井の中に下ろし、坑井間の比抵抗構造を求める比抵抗トモグラフィも実用化されつつある。

MT法は、自然界に存在する電磁場信号を利用する。たとえば、太陽から飛来する荷電粒子が地球磁気圏に作用することによって発生する地磁気の変動 (ULFパルセーション) が大地に伝わり誘導電流を発生する。また、赤道周辺のどこかで常時発生している雷放電 (spherics) による電磁波が全地球規模で伝わり、大地中に誘導電流を発生させる。このようにして伝わる電磁場を地表で測定することによって大地の比抵抗を求めることができる (Cagniard, 1953; Vozoff, 1972, 1991)。測点において磁場 3 成分 (水平 2 成分および垂直成分) と水平電場 2 成分の時系列データを測定し、それを周波数解析して電場・磁場の強度を求める (第1.2図)。地表面における水平電場の強さは、入射する磁場の強度および大地の比抵抗に依存しているので、地表面における電場・磁場の強さを測定することによって大地の比抵抗を求めることができる。互いに直交する電場  $E_x$  と磁場  $H_y$  は大地が均質であり、その比抵抗を  $\rho$  とすれば、

$$\frac{E_x}{H_y} = (1+i) \left( \frac{\rho \omega \mu}{2} \right)^{1/2} \quad (1-2)$$

で関係づけられる。ここで、 $i$  は虚数単位、 $\omega$  は信号の角周波数、 $\mu$  は真空の透磁率である。(1-2)式から、電場と磁場を測定すれば大地の比抵抗を計算できることがわかる。ただし、比抵抗法と同じくこれは見掛け比抵抗として扱われる。周波数によって電磁波が透入できる深度は異なるので、多くの周波数における見掛け比抵抗を測定して解析すると、実際の比抵抗分布を求めることができる。

MT法は自然の信号を利用するので、送電線や電車などによる人工ノイズの影響を受けるという弱点がある。そこで、両端を接地したケーブルに電流を流して人工的に信号を

発生させ、それを信号源とする手法が開発された(第1.3図)。CSAMT法と呼ばれる(Goldstein and Strangway, 1975; Zonge et al. 1986; 内田・高倉, 1990; Zonge and Hughes, 1991)。人工の信号を用いることを除くと、測定や解析の原理はMT法と同様であるが、一般に、MT法の周波数バンド(0.001~500Hz)よりも高周波数帯(1~10000Hz)で測定が行われ、対象深度の浅い調査に用いられる。

### 1.3 近年の研究動向と本研究の位置づけ

比抵抗探査データのインバージョン・プログラムの開発は、まず、1次元構造に対する解析法が1970年代に発表された(Inman, 1975; Petrick et al., 1977)。水平多層構造における直流場あるいはダイポール電磁場の応答は一般に円筒座標系で定式化され、ベッセル関数を含む積分変換によって計算される。積分演算を簡便なフィルタ計算で置き換える手法が開発されて(Ghosh, 1971)、計算時間が非常に短縮されたため、実用的なインバージョン手法となった。

2次元インバージョンについては、比抵抗法では Pelton et al. (1978), 佐々木 (1981), Tripp et al. (1984), Smith and Vozoff (1984) などによって、MT法では Rodi (1976), Jupp and Vozoff (1977) などによって、有限要素法や差分法によるフォワード計算(Coggon, 1971)と最小二乗法に基づく手法が報告されている。インバージョンの手法そのものは、これらの論文によって発表されたものが現在も使われている。ただし、当時の計算機は能力の制約もあって、扱えるデータ数やパラメタ数が限られ、実際の測定データへの適用には不十分であった。

最小二乗法インバージョンでは、測定値(データ)のパラメタ(地下の比抵抗)に対する感度で構成されるヤコビアン行列が必要である。電気・電磁応答は地下の比抵抗に対して非線形な関数で表されるので、線形問題のように簡単にヤコビアン行列を求めることはできない。そこで、ある初期モデルのまわりで応答関数を線形近似してヤコビアン行列を作るのが一般的である。そして、行列を解いてパラメタの修正量を求めてモデ



ルを改善する (ガウス・ニュートン法)。この操作を測定値とモデルに対する理論値とが一致するまで繰り返す。しかし、強い非線形性のためにヤコビアン行列は悪条件であることが多い。そのため、反復修正によるインバージョンは不安定になり、必ずしも残差が減少する方向にパラメタが修正されるとは限らない。また、最終モデルが初期モデルに強く依存したり、悪いデータがあるとそれに依存して非現実的なモデルが得られたりして、妥当な結果に至らないというケースが多い。そこで、ヤコビアン行列の対角項にダンピング係数を追加してパラメタ修正量を調節する工夫がなされる (ルーベンバーグ・マルカート法、修正マルカート法 (たとえば、松岡 (1986)))。マルカート法は種々の物理探査データのインバージョン問題に使われている。

2次元インバージョンでは多くのデータとパラメタを扱うので、マルカート法によるダンピング操作でも安定に解が求められないことが多い。そこで、パラメタ分布は滑らかであるという平滑化制約を加えるようになった (Lytle and Dines, 1980; 佐々木, 1988; Sasaki, 1989)。平滑化制約によってヤコビアン行列の演算を安定化させることができるが、平滑化の程度によって得られるモデルが変わるため、いかに最適な平滑度 (平滑パラメタ) を決めるかが問題になる。

Constable et al. (1987) は、シュランベルジャ法とMT法の1次元インバージョンにおいて、最適な平滑度を決める手段としてrms残差を参照する手法を提案し、Occam's インバージョンと名付けた。反復修正において、いくつかの平滑パラメタを用いてインバージョンを行い、そのうちでrms残差を最小にするものを最適なものとして採用する。ただし、反復が進むにつれ残差が小さくなると、rms残差はその期待値1より小さくならないという条件を適用し、rms残差が1であるモデルの中から最大の平滑パラメタのものを選択するようにした。Smith and Booker (1988) も同様な発想で、平滑なモデルを最適とする手法の開発を行っている。deGroot-Hedlin and Constable (1990) はOccam's インバージョンをMT法の2次元インバージョンに適用した。Occam's インバージョンによって、初期モデルにはあまり依存せず、実測データでも安定に解析できる2次元インバージョンの実用的手段が初めて提供されたといえる。しかし、Occam's インバージョンで平滑パラ

メタの判断基準となるrms残差は測定誤差に依存する量である。測定誤差の評価が間違っていると、最終的に得られるべきrms残差は1ではない値になる。一般に、電気・電磁探査法の測定で測定誤差を正しく求めるのは難しく、したがって、Occam'sインバージョンの適用では妥当なrms残差の設定を主観的な経験に頼ることになる。

2次元インバージョンの近似的な手法として、Shima (1990) は比抵抗法データについて、フォワード計算およびヤコビアン行列を近似手法（アルファセンター法）によって行うインバージョン手法を提唱した。また、Smith and Booker (1991) はMT法2次元インバージョンのインバージョン部分を測点毎の1次元インバージョンで近似する手法（rapid relaxation inversion）を開発した。両者とも計算時間を非常に短縮することができ、3次元問題への拡張が容易である。しかし、これらの手法は比抵抗のコントラストが大きいときや測点配置が不規則なときには適用に問題があると思われる。

本研究は、平滑化制約の最小二乗法インバージョンを対象とし、Occam'sインバージョンの考え方を踏襲するものである。最適な平滑パラメタの選択手法に改良を加えた。すなわち、平滑パラメタをデータに含まれる情報に基づいて客観的に与えることのできるアルゴリズムを開発した。ベイズ統計に基づき、エントロピー最大化の原理から考え出された情報量基準ABIC (Akaike's Bayesian Information Criterion) を利用する手法である (Akaike, 1980)。比抵抗分布は滑らかであるという制約を既知条件として扱い、インバージョンによって残差の最小化と比抵抗分布の粗さの最小化を同時に満たすモデルを求める。最小化のための指標としてABICが使われ、ABICを最小にする平滑パラメタを最適とする。最適な平滑パラメタは、データに含まれるノイズの大きさに応じて自動的に決められ、解析する人の主観にはよらない。

本研究では、比抵抗法およびMT法データの2次元解析について、ABIC最小化法に基づく平滑化制約のインバージョン・プログラムを作成し、数値実験および実測データに適用した。その結果、安定なインバージョンが行え、本手法が実測データの解析に非常に有効であることを確認した。

## 1.4 本研究の概要

本研究では、比抵抗法およびMT法（CSAMT法）データの2次元インバージョン・プログラムを作成し、数値実験および現地調査データの解析を行った。以下に、本論文の構成を紹介する。

第2章では、電気・電磁探査データの2次元インバージョン解析法を概説する。まず、非線形問題の最小二乗法インバージョンと平滑化制約の追加、および、ベイズ型情報量基準ABICの導出について述べる。次に、比抵抗法およびMT法の概要と、フォワード計算およびヤコビアン行列の計算方法について述べる。さらに、有限要素法メッシュと比抵抗ブロックの構成、平滑化のオペレータ、プログラムの流れなどについて述べる。比抵抗法ではいくつかの電極配置が用いられ、本研究では、任意の配置を扱うプログラムと、特にシュランベルジャ配置を扱うプログラムの2つを作成している。第2章の内容は、Uchida and Murakami (1990), Uchida (1991, 1993a), 内田 (1993a) および Uchida and Ogawa (1993) において公表した。

第3章では、インバージョン手法を用いた数値実験の結果について述べる。ここでは、プログラムの動作テストとインバージョンの特徴把握を目的としたため、数値モデルには簡単なモデルを用いた。基本的に均質大地の中に1個あるいは2個のプリズム異常体が存在する2次元モデルである。モデルによって計算される見掛け比抵抗や位相などの応答を測定値と見なしてインバージョンを行い、初めに与えたモデルがどれだけ再現されるかを調べる。まず、MT法データについて、次に、トモグラフィ配置の比抵抗法データについて、最後に、シュランベルジャ配置の垂直探査データについて数値実験を行った。また、データに正規ランダムノイズを与え、ノイズの大きさによってモデルの再現性やインバージョンプロセスがどのように影響されるかについても検討した。その結果、ABIC最小化法に基づく平滑化制約を与えた最小二乗法インバージョンによって、非常に安定に元のモデルが再現されることを確認した。モデルの再現性は数値ノイズが大きくなるにつれて悪くなるが、ノイズによらずインバージョンは安定であり、ほぼ完全な

収束が得られることを確認した。第3章の内容は、Uchida (1991, 1993a) および内田 (1992b, 1993a) で公表した。

第4章では、秋田県の澄川地熱地区において取得されたMT法、CSAMT法、および、シュランベルジャ法データに2次元インバージョンを適用した結果について述べる。また、得られた比抵抗モデルを坑井データと比較し、地熱貯留層の特徴的な比抵抗構造とこれらの比抵抗モデルの妥当性について検討する。実測データにはランダムノイズや系統的なノイズが含まれており、インバージョンにおける反復修正が順調に進まないことがある。特に、MT法データは自然電磁場を測定するので、データには多くのノイズが含まれることが多い。その場合、パラメタの修正量にダンピングの操作を加え、安定化を図ることにした。最適なダンピング係数の決定もABIC最小化法によった。地質データとの比較によると、従来の一般的な認識とは異なり、熱水に富む地熱貯留層は比較的に高比抵抗であり、上部に分布して帽岩の役目をする粘土層が非常に低比抵抗であることが判明した。地熱資源探査ではMT法およびシュランベルジャ法などの比抵抗探査が多く用いられているものの、これまで2次元インバージョンは普及していなかった。本研究の成果は地熱探査における2次元インバージョンの実用化の一翼を担っている。第4章の内容は、内田 (1990, 1994a)、内田・光畑 (1995) および Uchida (1995) で公表した。

第5章では、秋田県の小坂鉾山地区で取得されたCSAMT法および比抵抗トモグラフィデータに2次元インバージョンを適用した結果について述べる。2つの測定は同一の測線で実施された。比抵抗トモグラフィのため、深さ約600mの坑井を2本、測線沿いに600m 離して掘り、電極ケーブルを坑井内に下ろして比抵抗法の測定が行われた。

CSAMT法データはMT法に比べノイズが少ないので、非常に安定にインバージョンが行えた。トモグラフィデータについては、いくつかのデータセットを作成してインバージョンを行った。これらによって得られた比抵抗モデルの大局的な構造は互いに調和的であり、ボーリング調査による推定地質断面ともよく一致する。しかし、坑井内に電極を置いたときのデータはバイアスノイズを含んでいるらしく、トモグラフィによる比抵抗モデルでは、坑井近傍の比抵抗分布に不自然さが見られた。第5章の内容は、内田



(1992a) および Uchida (1993a) で公表した。

第6章では、測定誤差に関する考察として、データに対する重みの与え方によってインバージョンの結果がどのように影響されるかについて述べる。まず、第3～5章で示したインバージョンで重みを変えたときのモデルの改善について触れ、次に、カナダ地質調査所から公開されている深部地殻探査のMT法データCOPROD2の解析結果について述べる。実測データの場合、重みの与え方によってモデルが大きく変化することがわかり、深部までの比抵抗構造を信頼性高く求めるためには、測定誤差を正しく求めておく必要があることが確認された。第6章の内容は、Uchida (1993a, 1993b) で公表した。

## 1.5 著作リスト

本研究に関連する著者の筆頭論文および口頭発表を以下に示す。

内田利弘・村上 裕・田中信一・小川康雄 (1986): 常総台地北部地域におけるシュランベルジャ法とCSAMT法の2次元解析、物理探査、**39**, 243-254.

内田利弘・小川康雄・菊地恒夫 (1987): シュランベルジャ法による仙岩地域の比抵抗構造、地質調査所報告, No. 266, 505-531.

Uchida, T. (1989): Attempt of tensor controlled source audiofrequency magnetotellurics, *Geophys. Explor. (Butsuri-Tansa)*, **42**, 27-39.

内田利弘 (1989): CSAMT法の基礎と適用、CA研究会論文集, 1989年, 1-17.

内田利弘・村上 裕 (1989): 地熱レザーバと比抵抗構造、物理探査、**42**, 458-469.

内田利弘・高倉伸一 (1990): CSAMT法のすすめ、地質ニュース, No. 428, 38-47.

内田利弘 (1990): 比抵抗構造から解釈される地熱貯留構造について - 仙岩地熱地域を例にして、日本地熱学会誌、**12**, 1-21.

内田利弘・村上 裕・小川康雄・高倉伸一 (1990): 深部電磁法による精密比抵抗構造解析 多チャンネル時間領域CSMT法探査装置による実験 (2)、平成元年度サンシャイン計画研究開発成果中間報告書「深部地熱資源探査技術に関する研究」, 7-32.

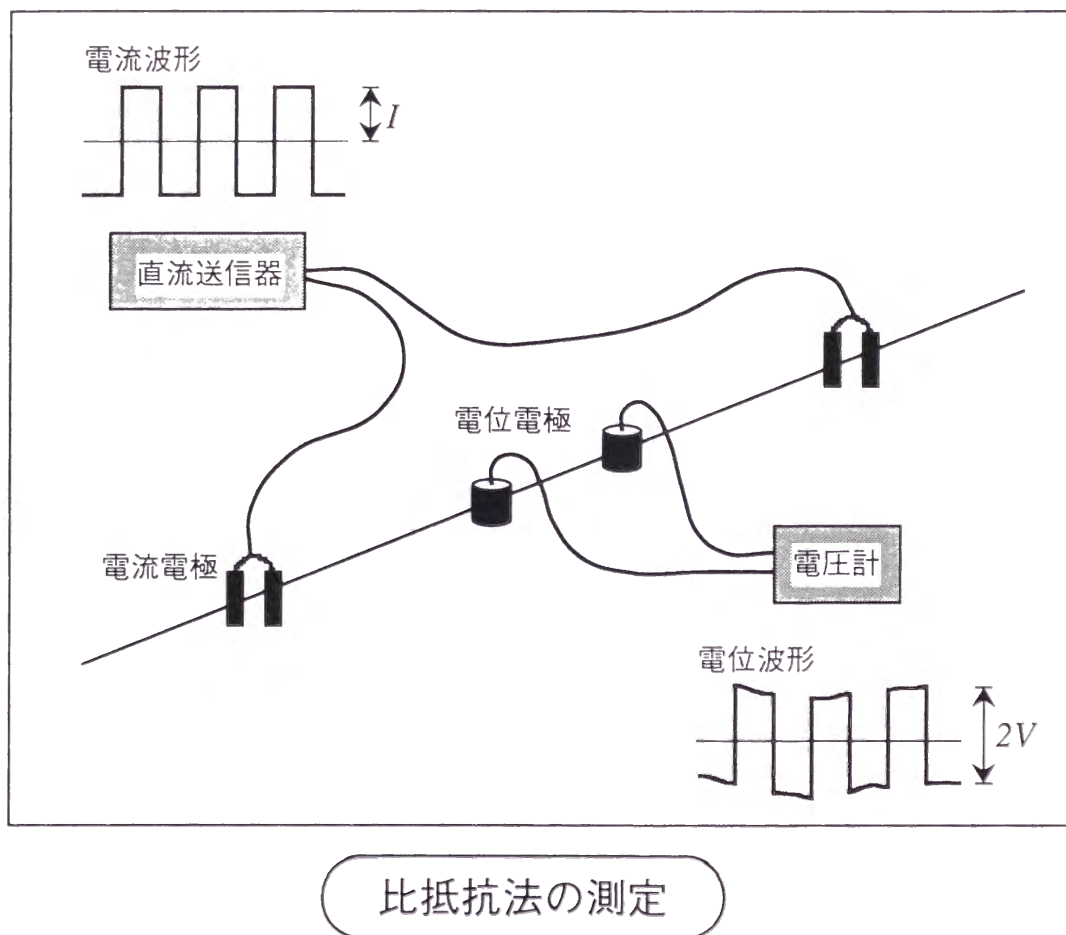
Uchida, T., and Murakami, Y. (1990): Development of a Fortran code for two-dimensional Schlumberger inversion, *Geological Survey of Japan Open-File Report*, No. 150, 50p.

Uchida, T. (1991): Two-dimensional resistivity inversion for Schlumberger sounding, *Geophys. Explor. (Butsuri-Tansa)*, **44**, 1-17.

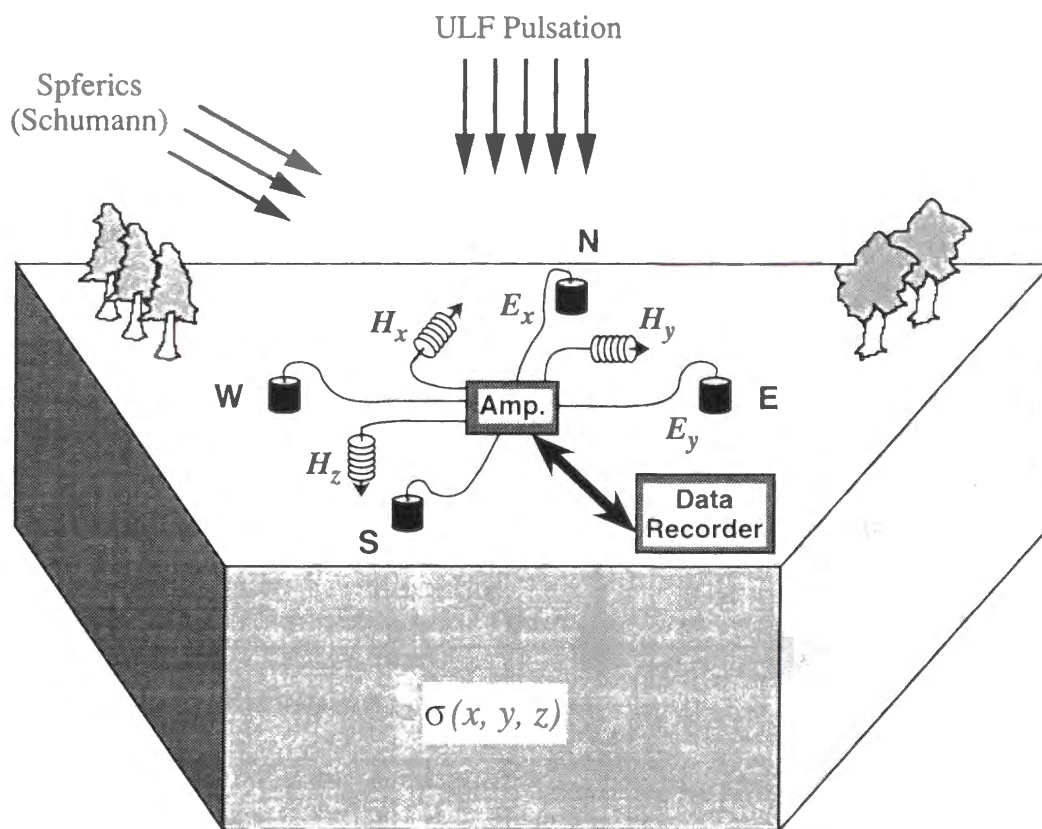
内田利弘 (1991): 坑井利用比抵抗法における最小二乗法2次元インバージョンの分解能、物理探査学会第85回学術講演会論文集、238-241.

内田利弘 (1992a): ABIC 2次元インバージョンの比抵抗法実測データへの適用、物理探査

- 学会第87回学術講演会論文集、231-234.
- 内田利弘 (1992b): 比抵抗法 2 次元インバージョンの安定化について、地磁気観測所技術報告、Vol. 32、CA研究会論文集、180-188.
- Uchida, T. (1992): Smoothness-constrained 2-d least-squares inversion for dc resistivity data by minimizing the information criterion ABIC, *11th Workshop on EM Induction in the Earth*, Wellington, New Zealand.
- 内田利弘 (1993a): ABIC最小化法による最適平滑化拘束の比抵抗法 2 次元インバージョン、物理探査、**46**, 105-119.
- 内田利弘 (1993b): 仙岩EMAP法データの 2 次元解析、物理探査学会第88回学術講演会論文集、457-462.
- 内田利弘 (1993c): MT法 2 次元インバージョンにおける比抵抗ブロック設定の影響、物理探査学会第89回学術講演会論文集、243-248.
- Uchida, T. (1993a): Smooth 2-D inversion for magnetotelluric data based on statistical criterion ABIC, *J. Geomag. Geoelectr.*, **45**, 841-858.
- Uchida, T. (1993b): Inversion of COPROD2 magnetotelluric data by use of ABIC minimization method, *J. Geomag. Geoelectr.*, **45**, 1063-1071.
- Uchida, T., and Ogawa, Y. (1993): Development of Fortran code for two-dimensional magnetotelluric inversion with smoothness constraint, *Geological Survey of Japan Open-File Report*, No. 205, 115p.
- 内田利弘 (1994a): 地熱貯留層周辺の比抵抗構造、地質ニュース、No. 477, 42-46.
- 内田利弘 (1994b): 仙岩澄川地熱地区MT法データの解析、物理探査学会第90回学術講演会論文集、394-398.
- Uchida, T., and Mitsuhashi, Y. (1994): Two-dimensional inversion of magnetotelluric data at Sumikawa geothermal field and its implication for geothermal exploration, *12th Workshop on EM Induction in the Earth*, Brest, France.
- Uchida, T. (1994): Two-dimensional inversion of Oklahoma EMAP and Papua New Guinea magnetotelluric data with smoothness constraint, MT Data Interpretation Workshop 2, Cambridge, UK.
- 内田利弘・光畑裕司 (1994): 宮城県北部地域MT法データのリファレンス処理によるノイズ除去、CA研究会論文集、1994年、37-46.
- 内田利弘・齊藤 章 (1994): 電磁探査法システムの開発動向、物理探査、**47**, 472-500.
- 内田利弘・光畑裕司 (1995): 澄川地熱地区におけるMT法データの 2 次元解析とその解釈、地質調査所報告、No. 282, 17-49.
- Uchida, T. (1995): Resistivity structure of Sumikawa geothermal field, northeastern Japan, obtained from magnetotelluric data, *Proceedings of World Geothermal Congress 1995*, Florence, Italy, 921-925.



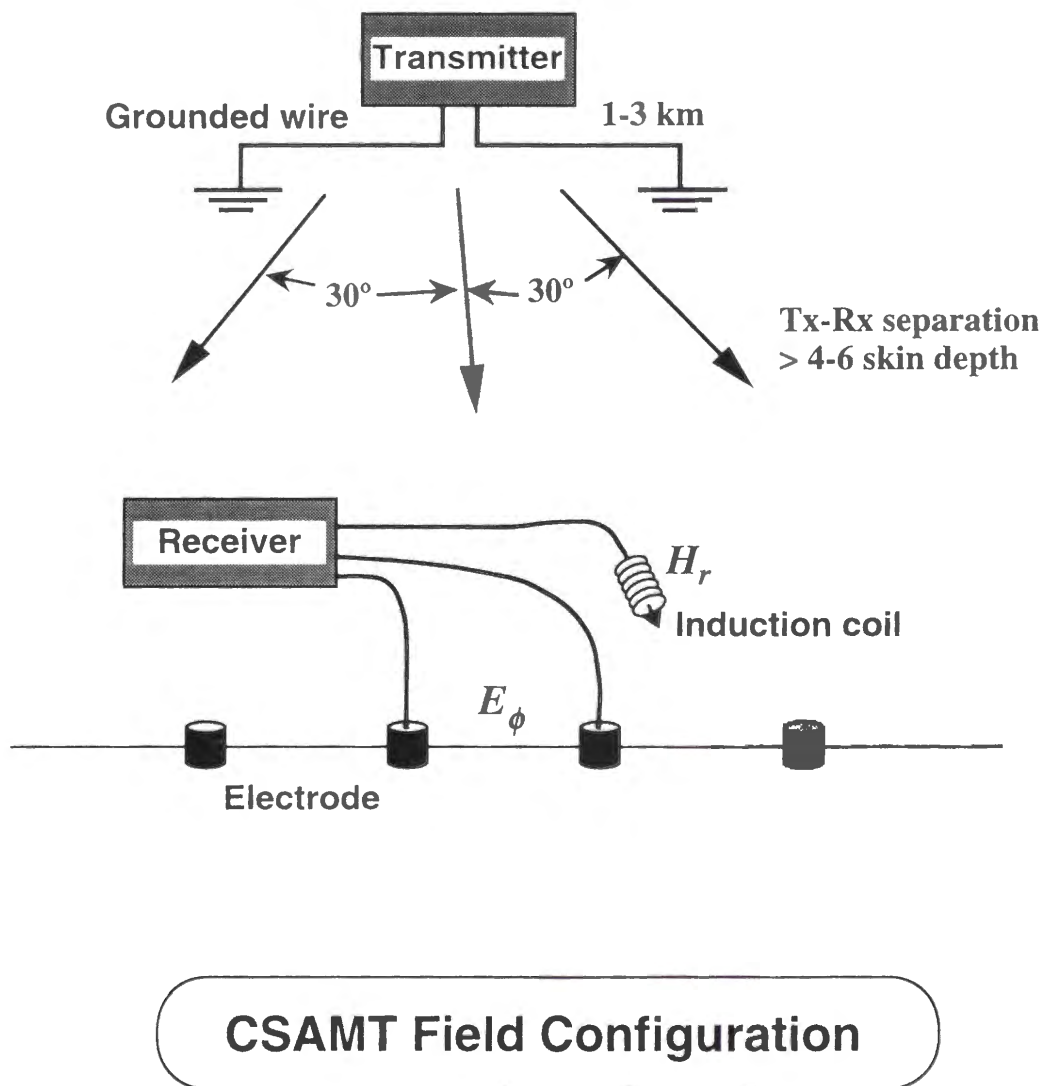
第1.1図 比抵抗法の測定配置。電流電極に周期1～10秒の矩形状の電流を流し、それによって形成される電位差を測定する。



## MT Field Setup

第1.2図 MT法の測定配置。太陽から荷電粒子と磁気圏の作用によって発生する電磁波 や、雷放電によって発生する電磁波が地下に伝わる現象を用いる。測点において磁場3成分、電場2成分を測定し、それらの関係から地下の比抵抗を求める。





## CSAMT Field Configuration

第1.3図 CSAMT法の測定配置。長さ1～3kmのケーブルの両端を接地し電流を流す。それによって形成される電磁場を測定する。信号を平面波として扱え、MT法の原理を適用するためには、送信ケーブルを調査域から表皮深度の4～6倍以上離す必要がある。

## 2. データ解析の方法

### 2.1 はじめに

本章では、本研究において適用する電気・電磁探査の2次元インバージョン解析法について述べる。まず、非線形問題の最小二乗法インバージョンと平滑化制約の付加について、次に、ベイズ統計に基づく情報量基準ABICの導出について述べる。さらに、比抵抗法およびMT法の大地応答を求めるモデリング手法とパラメタによる偏微分行列の導出について概説し、有限要素法メッシュ、比抵抗ブロック、平滑化のオペレータなど、作成したプログラムの特徴について述べる。

### 2.2 平滑化制約の最小二乗法インバージョン

比抵抗探査では  $M$  個のパラメタによって表現される地下構造モデル  $m$  が与えられたとき、それによって測定される電場や見掛け比抵抗といった  $N$  個の応答  $d$  は一般に非線形な関数  $F$ 、

$$d = F(m) \quad (2-1)$$

によって得られる。地下構造が1次元と仮定できるとき (2-1) 式は解析的な手順によって計算できるが、構造が2次元や3次元であるときは有限要素法などの数値計算手法を用いる必要がある。

データ  $d$  が測定され、それを説明する構造モデル  $m$  をインバージョンによって求めるとき、 $F$  が非線形な関数であるため (2-1) 式を直接解いて  $m$  を求めることはできない。それで、一般に、ある初期モデルのまわりで (2-1) 式を線形化し、線形問題のインバージョン手法を繰り返し適用してモデルに修正を加え、最終的に測定値とモデルによる計算値の重みつき残差二乗和  $S$ 、

$$S = \|Wd - WF(m)\|^2 \quad (2-2)$$

を十分小さくするという最小二乗法の手順が取られる。ここで、 $\|\cdot\|$  はユークリッドノルムを表し、 $W$ は測定誤差の標準偏差  $\sigma_j$  の逆数を対角要素とする重み行列、

$$w_{jj} = 1/\sigma_j \quad (j=1, N)$$

を表す。各々のデータが互いに独立であり、測定誤差が正規分布に乗っていればいるほど、 $S$ の期待値は $N$ に近づく。しかし、いったんモデルのパラメタを調節して $S$ を最小にすると、(2-2)式右辺の和の各項は独立でなくなる。 $S$ は自由度 $N-M$ のカイ二乗分布に従い、その期待値は $N-M$ になる。

(2-1)式の右辺を $k$ 回目の反復におけるモデル $m_k$ の近傍でテイラー展開し2次以上の項を無視すると、

$$F(m_k + \Delta m) \cong F(m_k) + A\Delta m \quad (2-3)$$

という関係が得られる。ここで、 $A$ はヤコビアン (Jacobian) 行列と呼ばれ、 $N \times M$  個の要素で構成される。個々の要素 $A_{ji}$ は、応答 $d_j$ のパラメタ $m_i$ に関する1次偏微分 (Frechet derivative) であり、応答のパラメタに対する感度を表す。(2-3)式の左辺が測定値 $d$ に近くなることを期待すると、パラメタに対する $k$ 回目の修正量  $\Delta m$  は

$$\Delta d = d - F(m_k) = A\Delta m \quad (2-4)$$

を解いて求めることができる。ここで、 $\Delta d$ はモデル $m_k$ による計算値と測定値との残差を表す。

データの数 $N$ がパラメタ数 $M$ に比べて十分多く、かつ、行列 $A$ の条件が良いとき、(2-4)式によって安定にモデル修正量 $\Delta m$ を求めることができる。しかし、もともと行列 $A$ は非線形問題を線形近似して導かれたものであり、実際にはパラメタ間に互いに相関があったり、また、すべてのデータにあまり影響を与えないパラメタがあったりして、行列 $A$ は悪条件になっていることが多い。そのような場合、(2-4)式を解いて得られるモデルは、必ずしも残差 $S$ を小さくするとは限らず、反復修正が安定に収束しないことが多い。この不安定さは、パラメタにある種の制約を加えることによってある程度回避することが

できる。たとえば、一般に用いられているマルカート法ではパラメタの修正量を調節し各反復で残差が常に小さくなるようにする。

本論文で扱う2次元インバージョンでは、地下構造断面を多くの矩形ブロックに分割し、その各々の比抵抗をパラメタとして扱う。不安定性の問題を解決するために、隣り合うブロック間で比抵抗が急激に変化しないという制約をパラメタに与える (Lytle and Dines, 1980; Constable et al., 1987; Smith and Booker, 1988; 佐々木, 1988; Sasaki, 1989)。それは具体的には、次式のような平滑の操作を加えることによって実現される。つまり、(2-2)式に代えて汎関数 $U$ 、

$$U = \|Wd - WF(m)\|^2 + \alpha^2 \|Cm\|^2 \quad (2-5)$$

を最小にするモデル $m$ を求めることにする。ここで、 $C$ はブロック間で比抵抗の差分をとるための行列、 $\alpha$ は平滑の程度を決めるパラメタ（平滑パラメタ）である。Constable et al. (1987) 等ではラグランジェ係数、 $\mu = \alpha^2$ 、として使われている。(2-5)式の第1項は(2-2)式で示す重みつき残差二乗和（残差項）であり、第2項は比抵抗分布の粗さを示す項（ラフネス項）である。(2-3)式を(2-5)式に代入すると、 $k+1$  回目の反復修正におけるモデル $m_{k+1}$ に関する汎関数 $U$ は

$$U \equiv \|W\hat{d} - WAm_{k+1}\|^2 + \alpha^2 \|Cm_{k+1}\|^2 \quad (2-6)$$

となる。ここで、

$$m_{k+1} = m_k + \Delta m,$$

$$\hat{d} = \Delta d + Am_k$$

である。 $U$ を最小にするため、(2-6)式の $m_{k+1}$ に関する微分をとってそれを零とし、ベクトルおよび行列で表現すると、

$$\{(WA)^T(WA) + \alpha^2 C^T C\}m_{k+1} = (WA)^T(W\hat{d}) \quad (2-7)$$

のようになる。ここで、添え字 $T$ は転置を表す。(2-7)式を解いてモデル $m_{k+1}$ を求めることができる。

(2-7)式は正規方程式の形をしており、データに関する $N$ 個の式と、平滑の制約による

$M$ 個の式で構成される。後者は平滑制約という既知情報に基づくデータ (prior data) と呼ばれる (Jackson and Matsu'ura, 1985)。つまり、 $N+M$ 個のデータと $M$ 個のパラメタがあることになる。もし、測定データの誤差およびモデルの粗さ（ラフネス）が平均ゼロの正規分布をとるとすれば、汎関数 $U$ の期待値は $(N+M)-M=N$ となる。厳密には、行列 $C$ のランクは後述のように実際には $M-1$ であり、 $U$ の期待値は $N-1$ となる。

行列 $C$ にブロック間の比抵抗の1次差分のオペレータを用いると比抵抗分布を平坦（フラット）にしようとする平滑操作が行われ、2次の差分（ラプラシアン）を用いると比抵抗変化をスムーズにしようとする平滑操作が行われる。平滑パラメタ $\alpha$ は残差最小化とラフネス最小化をトレードオフする働きがある。 $\alpha$ を大きくするとラフネスが小さく比抵抗分布のスムーズなモデルが得られ、逆に、 $\alpha$ を小さくすると残差項が重視され比抵抗分布の粗いモデルが得られる。インバージョンの結果は平滑パラメタ $\alpha$ に大きく依存するので、最適な平滑パラメタを決めることが重要になる。

## 2.3 ベイズ統計と情報量基準ABIC

測定誤差が平均零、分散 $\sigma^2$ の正規分布に従うとすると、ある構造モデル $m$ に対して1組の測定データ $d$ が得られる確率密度関数は、

$$\begin{aligned} p(d|m) &= \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{N/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\|Wd - WF(m)\|^2\right\} \\ &= \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{N/2} \exp\left(-\frac{S}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (2-8)$$

で表される。モデル $m$ が既知であるとする、(2-8)式は測定データ $d$ が得られる確率を与える。逆に、測定データ $d$ が与えられたとき、 $p(d|m)$ はモデル $m$ の尤度 (likelihood)を意味する。

推定したモデル $m$ に基づく確率密度分布 $p(d|m)$ が、真のモデル $m_0$ に基づく確率密度分布 $p(d|m_0)$ にどれだけ近いかを表現する指標としてカルバック・ライブラー情報

量 (K-L情報量) が用いられる (たとえば、Tarantola and Valette, 1982; 林・鈴木, 1986)。

K-L情報量は、

$$I[p(d|m); p(d|m_0)] = \int p(d|m_0) \log \left\{ \frac{p(d|m_0)}{p(d|m)} \right\} dd \quad (2-9)$$

で表される。K-L情報量は分布  $p(d|m)$  の分布  $p(d|m_0)$  に関するエントロピーと解釈される。K-L情報量は常に正の値をとり、零に近いほど真のモデル  $m_0$  の近似として  $m$  は良いモデルであると見なせる。(2-9)式の右辺は

$$\int p(d|m_0) \log p(d|m_0) dd - \int p(d|m_0) \log p(d|m) dd \quad (2-10)$$

と書き直され、その第1項は真のモデル (ただし、未知) に依存する量で一定なので、第2項を大きくすればK-L情報量は小さくなる。第2項はモデル  $m$  の真の分布  $p(d|m_0)$  に関する平均対数尤度と呼ばれる。データ数  $N$  がパラメタ数  $M$  に比べ十分大きいとき、モデルの尤度を用いて平均対数尤度の推定値を求めることができる。情報量基準AICはそれらの最大値に基づいて算出される値であり、

$$AIC = (-2) \log(\max p(d|m)) + 2M \quad (2-11)$$

で定義される (Akaike, 1974)。  $N$  が  $M$  に比べ十分大きい (たとえば  $N > M^2$ ) とき、AICはパラメタ数の最適値を判断するために有効であり、一般に用いられている。

Akaike (1980) は (2-9)式に含まれる密度分布、すなわち、尤度  $p(d|m)$  にベイズモデルの尤度、

$$L(d) = \int p(d|m) \pi(m) dm \quad (2-12)$$

を適用することを提案した。ここで、  $p(d|m)$  はデータ分布、  $\pi(m)$  は事前分布と呼ばれる。ベイズモデルでは、モデル  $m$  はある先験的な情報に基づく事前分布  $\pi(m)$  によって表現され、ある現象の生起確率は確率分布  $p(d|m)$  と事前分布  $\pi(m)$  との同時密度関数で表せると考える。AICを導いたのと同様の推論を用い、種々のモデルのうちでベイズモデルの尤度 ((2-12)式) を最大にするモデルは、(2-10)式第2項の平均対数尤度を最大に

し、すなわち、K-L情報量を最も小さくするとし、そのモデルは真のモデルに最も近いと考える。情報量基準ABICは(2-12)式の最大値を自然対数で表現し -2 を掛けた値をもとに定義される。

$$\text{ABIC} = (-2) \log(\max L(\mathbf{d})) + 2 \dim(\text{hyperparameters}) \quad (2-13)$$

ここで、ハイパーパラメタとは、平滑パラメタのように、比抵抗モデルの表現に直接は使われないが、モデルのパラメタを推定するために用いられるパラメタを意味する。

ABICはデータ数 $N$ がパラメタ数 $M$ に比べてそれほど大きくなくても、パラメタに関する積分をとるという操作により、パラメタ数に依存しない客観的な情報量基準を提供するという利点を有する。ABICを最小にするモデルが真のモデルに近いといえる。本研究では、扱うハイパーパラメタの数は変えないので、ABICの比較はベイズモデルの尤度の比較と等価である。

ベイズモデルを比抵抗探索データの問題に適用し、(2-5)式において、第1項（残差項）をデータ分布によるもの、第2項（ラフネス項）を事前分布によるものとする。つまり、モデル $\mathbf{m}$ から計算される応答 $F(\mathbf{m})$ と測定値 $\mathbf{d}$ との残差が平均0、分散 $\sigma^2$ の正規分布をしていると考え、残差の確率密度関数は(2-8)式のように、

$$p(\mathbf{d} | \mathbf{m}) = \left( \frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{N/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{W}\mathbf{d} - \mathbf{W}F(\mathbf{m})\|^2 \right\}$$

で表される。(2-3)式を用いて変形すると、

$$p(\mathbf{d} | \mathbf{m}) = \left( \frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{N/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{W}\hat{\mathbf{d}} - \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{m}\|^2 \right\} \quad (2-14)$$

となる。さらに、モデル $\mathbf{m}$ のパラメタが滑らかな分布をしており、各パラメタについて2次差分が零という状態からの擾乱が平均0、分散共分散 $\sigma^2(\alpha^2 \mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1}$ の正規分布をしているとすると、事前分布の確率密度関数は

$$\pi(\mathbf{m}) = \left( \frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{\frac{M-1}{2}} |\alpha^2 \mathbf{C}^T \mathbf{C}|^{\frac{1}{2}} \exp \left( -\frac{\alpha^2}{2\sigma^2} \|\mathbf{C}\mathbf{m}\|^2 \right) \quad (2-15)$$



と表せる。ここで、 $|\cdot|$  は行列式を表し、行列  $\alpha^2 \mathbf{C}^T \mathbf{C}$  のうち正則な部分である  $(M-1)$  次の行列式として計算する。(2-14)式および(2-15)式を(2-12)式に代入すると、ベイズモデルの尤度、

$$L(d) = \int \left( \frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{\frac{N+M-1}{2}} |\alpha^2 \mathbf{C}^T \mathbf{C}|^{\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left( \|\mathbf{W}\hat{d} - \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{m}\|^2 + \alpha^2 \|\mathbf{C}\mathbf{m}\|^2 \right) \right\} d\mathbf{m} \quad (2-16)$$

が得られる。右辺の積分を実行すると次のようになる (Akaike, 1980)。

$$L(d) = \left( \frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^N |\alpha^2 \mathbf{C}^T \mathbf{C}|^{\frac{1}{2}} |(\mathbf{W}\mathbf{A})^T (\mathbf{W}\mathbf{A}) + \alpha^2 \mathbf{C}^T \mathbf{C}|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left( \|\mathbf{W}\hat{d} - \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{m}\|^2 + \alpha^2 \|\mathbf{C}\mathbf{m}\|^2 \right) \right\} \quad (2-17)$$

さて、尤度  $L$  は  $\sigma^2$  の関数であるが、これが  $\sigma^2$  に関し最大になるのは、上式の  $\sigma^2$  に関する微分をとってそれを零として得られる、

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \left( \|\mathbf{W}\hat{d} - \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{m}\|^2 + \alpha^2 \|\mathbf{C}\mathbf{m}\|^2 \right) \quad (2-18)$$

の場合である。(2-18)式を適用し(2-13)式を実行すると、

$$\text{ABIC}(\alpha) = N \log \left( 2\pi \frac{U}{N} \right) - \log |\alpha^2 \mathbf{C}^T \mathbf{C}| + \log |(\mathbf{W}\mathbf{A})^T (\mathbf{W}\mathbf{A}) + \alpha^2 \mathbf{C}^T \mathbf{C}| + N + 2 \quad (2-19)$$

を得る。ここで、 $U$  は(2-5)式で与えられる。

ABICは平滑パラメタ  $\alpha$  に依存する量である。電気・電磁探査の2次元インバージョンでは、インバージョンの反復ごとに種々の  $\alpha$  について(2-7)式に基づくモデルの修正を行い、その各々についてフォワード計算を行って残差やラフネス等を求めた後、ABICを算出する。それを最小にする  $\alpha$  をその反復における最適の平滑パラメタとする。

これまで、Akaike (1980) や村田 (1990) 等は線形問題に対してABIC最小化法を適用し、その有効性を示した。本研究では非線形のインバージョン問題にABIC最小化法を適用するが、ABICの算出は(2-3)式による線形近似の妥当性に依存している。ABIC最小化法の非線形問題への適用性を確かめるため比抵抗法やMT法データに関する数値実験を行う。

## 2.4 フォワード計算とヤコビアン行列の算出

本研究においては、直流電流や電磁波による2次元大地の応答を求めるために有限要素法を用いている。有限要素法では大地を多数の三角形あるいは四角形要素に分割し、その中では電位や電場の分布は線形であるという仮定のもとに数値計算を行う。ここでは、個々の三角形あるいは四角形要素を“要素”と呼び、大地全体を表す多くの要素の集合体を“メッシュ”と呼ぶことにする。また、本研究における2次元インバージョンでは、大地を多くのブロックに分割し、個々のブロックの形状およびその比抵抗は一定とする。そして比抵抗を未知数として扱い、インバージョンによって決定する。解析プログラムでは、有限要素法のいくつかの要素をグループにして1つの比抵抗ブロックを構成するようにしている。個々のブロックの比抵抗をブロック比抵抗と呼ぶことにする。

本節では、比抵抗法およびMT法の応答を求めるフォワード計算と、応答のブロック比抵抗に対する感度を求める手順を述べる。これらの詳細はすでにRodi (1976), Jupp and Vozoff (1977), Pelton et al. (1978), 佐々木 (1981, 1986, 1988), Tripp et al. (1984), Ogawa (1992) 等にも示されているので、ここでは概略にとどめる。

### 2.4.1 比抵抗法

比抵抗が $x$ 軸および $z$ 軸方向には変化するが、 $y$ 軸方向には変化しない2次元構造大地を考える。ただし、1つの点電極から出る電流は3次元的に拡がるものとする。直流電流による電位分布はポアソン方程式、

$$-\sigma(x,z)\nabla^2\phi(x,y,z)=I(x,y,z) \quad (2-20)$$

を満たす。ここで、 $\sigma$ は大地の導電率、 $\phi$ は電位、 $I$ は電流源の強度である。電流電極以外の点では $I=0$ であるので、(2-20)式はラプラス方程式になる。 $\phi$ および $I$ は3次元場であるので、そのまま計算するには3次元の有限要素法の演算が必要になる。そこで、 $\sigma$ が $y$ 軸方向に依存しないことに着目し、 $\phi$ および $I$ を $y$ 軸方向にフーリエ変換すること

にする。(2-20)式をy軸方向にフーリエ変換すると、

$$-\sigma(x,z)\nabla^2\hat{\phi}(x,\lambda,z)+\lambda^2\sigma(x,z)\hat{\phi}(x,\lambda,z)=\hat{I}(x,\lambda,z) \quad (2-21)$$

となる。ここで、 $\lambda$ はy軸方向の波数、 $\hat{\phi}$  および  $\hat{I}$ は波数領域に変換された電位および電流を表す。波数 $\lambda$ の領域で純2次元問題として $\hat{\phi}$ を計算し、それに逆フーリエ変換を適用することによって実(3次元)空間における電位 $\phi$ を求めることができる。

有限要素法では大地を多数の三角形要素に分割して、その各々に固有の比抵抗を与える。要素の頂点(節点)における電位 $\phi$ は、要素の比抵抗と節点の位置によって決まる1次関数(要素方程式)で表せるものと仮定する。隣り合う要素間で同一の節点における電位 $\phi$ の連続性が保たれるようにし、すべての要素における要素方程式を合わせて、メッシュ全体の大きな関係式が構成される。

$$Kv = s \quad (2-22)$$

節点の総数を $L$ とすると、 $K$ は大きさ $L \times L$ の対称バンド疎行列であり、形状関数の係数を合わせた要素で構成される。 $v$ は $L$ 個の節点における電位を表す列ベクトル、 $s$ は節点に印加される電流あるいは境界条件を表す列ベクトル(ソース項)である。(2-22)式はy軸方向の個々の波数 $\lambda$ について構成される。それを解くことによって波数領域の電位 $\hat{\phi}$ が得られ、次式の逆フーリエ変換によって実空間の電位に変換する。

$$\phi(x,0,z)=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\hat{\phi}(x,\lambda,z)d\lambda \quad (2-23)$$

1つの電流源(電極)に対する任意の点の電位が(2-23)式によって求められ、ダイポール・ダイポール配置やシュランベルジャ配置(第2.1図)などの電極配置に応じて見掛け比抵抗 $\rho_a$ が計算される。

$$\rho_a = G \frac{\Delta\phi}{I} \quad (2-24)$$

ここで、 $G$ は電極配置によって決まる形状係数(電極係数)、 $\Delta\phi$ は2つの電位電極間の電位差、 $I$ は電流の大きさである。シュランベルジャ配置の電極係数 $G$ は、

$$G = \pi \frac{L^2 - l^2}{4l} \quad (2-25)$$

で与えられる。比抵抗法の測定では基本的に4個の電極を用い、そのうち2つを電流電極に、残りの2つを電位電極とする。任意の配置について電極係数 $G$ が定義できる。

見掛比抵抗 $\rho_a$ のブロック比抵抗に対する感度は Frechet derivative (フレシェ微係数) と呼ばれ、微係数によって構成される要素数 $N \times M$ の行列はヤコビアン行列と呼ばれる。ここで、 $N$ はデータ数、 $M$ はブロック (パラメタ) 数である。一般に、フレシェ微係数は次の手順で得られる

(2-22)式を書き直すと、

$$\sum_{j=1}^L k_{ij} \hat{\phi}_j = s_i, \quad (i = 1, L) \quad (2-26)$$

となる。ここで、 $k_{ij}$ ,  $\hat{\phi}_j$  および  $s_i$  はそれぞれ  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{v}$  および  $\mathbf{s}$  の要素を表す。(2-26)式をブロックの比抵抗  $\rho_m$ , ( $m = 1, M$ ) で微分すると、

$$\sum_{j=1}^L k_{ij} \frac{\partial \hat{\phi}_j}{\partial \rho_m} = - \sum_{j=1}^L \frac{\partial k_{ij}}{\partial \rho_m} \hat{\phi}_j \quad (2-27)$$

が得られる。(2-27)式は

$$\mathbf{K} \mathbf{v}' = -\mathbf{K}' \mathbf{v} \quad (2-28)$$

と書き直される。ここで、

$$[\mathbf{v}']_j = \frac{\partial \hat{\phi}_j}{\partial \rho_m} \quad (2-29)$$

および

$$[\mathbf{K}']_{ij} = \frac{\partial k_{ij}}{\partial \rho_m} \quad (2-30)$$

である。 $\partial k_{ij} / \partial \rho_m$  はそれぞれの要素の形状に依存する値であり、行列 $\mathbf{K}$ の $ij$ 番目の要素が $m$ 番目のブロックと関係しないときゼロになる。今、(2-28)式の右辺の項 $-\mathbf{K}' \mathbf{v}$ をソース項を考えると、(2-28)式は(2-22)式と同じ形をしていることがわかる。つまり、(2-30)式によって $-\mathbf{K}'$ を求めて $\mathbf{v}$ を掛けると、すでに(2-22)式を解く際にコレスキー分解などに

よって分解されている $\mathbf{K}$ を用いて $\mathbf{v}$ を求めることができる。 $\mathbf{v}$  ( $=\partial\hat{\phi}_j/\partial\rho_m$ )は波数領域における電位の微係数であるので、(2-23)式に代入して実領域の電位に変換し、さらに(2-24)式によって見掛け比抵抗に換算することによって、見掛け比抵抗のブロック比抵抗に対するフレシェ微係数が算出される。

以上の手順では、まず、与えられた比抵抗モデルについて、(2-22)式によって電位の応答を求めるために剛性行列 $\mathbf{K}$ を解き、次に、それぞれのパラメタ（ブロック比抵抗）に対して(2-28)式を解いてフレシェ微係数を求めることになる。ブロックの数が大きくなると非常に長い計算時間を要することになる。しかし、もう少し工夫を加えると、(2-28)式を解く過程を省略してフレシェ微係数を求めることができる (Tripp et al., 1984)。

(2-22)式と(2-28)式の類似性に着目すると、(2-28)式の $\mathbf{v}$ は $m$ 番目のブロックに含まれる節点に大きさ $-\mathbf{K}'\mathbf{v}$ の仮想の電流が入力されたときの電位電極における電位を意味している。ここで、電流源と受信点を入れ替えても得られる電位は変わらないという相反定理を利用する。つまり、 $\mathbf{v}$ は、電位電極に大きさ $-\mathbf{K}'\mathbf{v}$ の仮想電流を入力したときのブロック内の節点の電位の和に等しいことになる。 $\mathbf{v}$ は実際の電流電極からの電流による節点の電位である。従って、電流電極と電位電極のそれぞれを電流源とするフォワード計算（(2-22)式）を行えば、節点の電位を加え合わせることによってフレシェ微係数を求めることができることになる。多くの節点の電位を記憶するメモリは必要であるが、ブロックの数だけ(2-28)式を解くのに比べ、格段に計算時間を短縮することができる。ただし、この手法は測線沿いに配置した電極のほとんどが電流電極と電位電極の両方に使われるダイポール・ダイポール配置や比抵抗トモグラフィには最適であるが、電極間隔が2～3桁も変化するシュランベルジャ配置などによる垂直探査の解析には適用しにくい。

## 2.4.2 MT法

MT法では地表の測点において3成分の磁場（水平2成分、鉛直1成分）と水平2成分の電場信号を測定する。2次元あるいは3次元大地では、電場および磁場信号はテンソ

ル・インピーダンス  $Z_{ij}$  およびティッパ  $T_i$  で関係づけられる。

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} \quad (2-31)$$

$$H_z = \begin{pmatrix} T_x & T_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} \quad (2-32)$$

ここで、 $E$  は電場、 $H$  は磁場を表し、添字  $x$  および  $y$  は水平軸、 $z$  は鉛直軸を表す。

2次元大地の場合、電磁場をTEおよびTMの2つの分極モードに分離してマクスウェルの方程式を記述できる(第2.2図)。 $x$ 軸を走向方向、 $y$ 軸を走向と直交する水平方向、 $z$ 軸を鉛直下向きの方向とする。

TEモードの場合、電場は $x$ 軸成分( $E_x$ )だけが存在し、磁場は $y$ 軸および $z$ 軸成分( $H_y$ ,  $H_z$ )が存在する。マクスウェルの方程式は時間依存項を省略して書くと、

$$\frac{\partial}{\partial y}(-H_z) + \frac{\partial}{\partial z}(H_y) + \sigma(y, z)E_x = 0 \quad (2-33)$$

となる。

$$\begin{aligned} H_y &= -\frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_x}{\partial z} \\ H_z &= \frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{aligned} \quad (2-34)$$

であるので、これを(2-33)式に代入して、

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) + \sigma(y, z)E_x = 0 \quad (2-35)$$

を得る。2次元モデルが与えられたとき、(2-35)式を有限要素法のような数値計算手法で解いて $E_x$ を求めることができる。そして、(2-34)式によって磁場を計算し、 $E_x$ と $H_y$ の間のインピーダンス $Z_{xy}$ から見掛比抵抗 $\rho_{xy}$ と位相 $\phi_{xy}$ を求める。

$$\rho_{xy} = \frac{1}{i\omega\mu} |Z_{xy}|^2 = \frac{1}{i\omega\mu} \left| \frac{E_x}{H_y} \right|^2 \quad (2-36)$$

$$\phi_{xy} = \arg(Z_{xy}) = \arg\left(\frac{E_x}{H_y}\right) \quad (2-37)$$

TMモードの場合、磁場は $x$ 軸成分 ( $H_x$ ) だけが存在し、電場は  $y$  軸および  $z$  軸成分 ( $E_y$ ,  $E_z$ ) が存在する。TMモードの方程式は、

$$\frac{\partial}{\partial y}(-E_z) + \frac{\partial}{\partial z}(E_y) - i\omega\mu H_x = 0 \quad (2-38)$$

となる。

$$\begin{aligned} E_y &= \frac{1}{\sigma} \frac{\partial H_x}{\partial z} \\ E_z &= -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{aligned} \quad (2-39)$$

であるので、(2-38)式は、

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\sigma(y,z)} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\sigma(y,z)} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) - i\omega\mu H_x = 0 \quad (2-40)$$

と書き換えられる。有限要素法などで(2-40)式を解いて  $H_x$  を求め、(2-39)式から  $E_y$  を計算する。見掛け比抵抗および位相は、

$$\rho_{yx} = \frac{1}{i\omega\mu} \left| \frac{E_y}{H_x} \right|^2 \quad (2-41)$$

$$\phi_{yx} = \arg\left(\frac{E_y}{H_x}\right) \quad (2-42)$$

で与えられる。

MT法の見掛け比抵抗および位相のフレシェ微係数は、比抵抗法の(2-28)式と同様の式を用いて計算される (Rodi, 1976)。

## 2.5 解析の流れ

インバージョンでは、ある初期モデルに対して非線形問題を線形近似してフレシェ微



係数（ヤコビアン行列）を算出し、最小二乗法によってモデルを修正する。この作業を繰り返し行って残差が十分小さくなるまでモデルを修正する。そのとき、パラメタ分布はスムーズであるという平滑化制約を加え、ABIC最小化に基づいて最適な平滑を決める。本研究で対象とする比抵抗探査手法はMT法 (CSAMT法)、シュランベルジャ法、および、任意の電極配置の比抵抗法である。

本研究で作成あるいは改良を行ったインバージョン・プログラムのうち、シュランベルジャ法のプログラムは独自に作成した (Uchida and Murakami, 1990)。任意の電極配置の比抵抗法のプログラムは佐々木 (1988) に、MT法 (CSAMT法) のプログラムは小川 (1988) に基づいて、重み付きインバージョン、平滑化制約およびABIC最小化法などの改良を行った (Uchida and Ogawa, 1993)。本節ではそれらのプログラムの概要について述べる。

## 2.5.1 メッシュおよびブロック

### 2.5.1.1 任意の電極配置の比抵抗法

ダイポール・ダイポール法などで、測線に沿って規則的に電極を配置する測定の場合、測線全体を1つのメッシュで表現することができる。ここで作成したプログラムでは、1つのメッシュで測線全体を対応させるかぎり、任意の電極配置の測定データを扱える。有限要素法のメッシュには、1次要素として三角形要素を用いた。メッシュを1つにすることによって、(2-22)式を解く際、行列 $K$ を一度分解しておけば、多くの電流源について簡単な代入演算だけで節点の電位を求めることができるので有利である。要素分割の例を第2.3図に示す。電極系の近傍で解析の対象となる領域には均等の細かな要素を配置した。その周囲の要素は外側に向かって徐々に大きくなるようにして、十分広い領域を離散化の対象とし、半無限大地を有限の大きさのメッシュで近似することによる誤差を軽減するようにした。電流電極の近傍は電位の変化が急激なので、要素を十分小さくし、要素内で電場が一定であるという近似が満たされるようにする必要がある。隣合う電極間を最低4要素に分割するようにした。

メッシュの端部の境界条件には、地表および地下ともノイマン型（境界に直交する電場成分がゼロ）を適用した。(2-23)式の逆フーリエ変換には16～20個の波数領域における電位の数値積分によった。一般に、地表電極を用いる測定値に対しては0.5%以下の数値誤差を生じるだけであるが、比抵抗トモグラフィのように地中に電極が置く場合の数値計算では見掛け比抵抗に2～3%の数値誤差を生じることもある。

比抵抗ブロックの分割は、電極の近傍においては基本的に電極間隔と同程度の大きさのブロックを配置するようにした(第2.3図)。電極系から離れるにつれ、同じ大きさのブロックでは測定値に対する影響は小さくなるので、深部ではブロックを大きくするようにした。

#### 2.5.1.2 シュランベルジャ法

シュランベルジャ法を金属鉱床や地熱資源探査に適用するとき、一般に、測線に沿って一定の間隔で測点を配置し、各測点について測線に沿って電極間隔を広げて垂直探査を行うことが多い。電極の位置は測点毎に異なっており、その数も非常に多くなるので、測線全体を1つの大きなメッシュで表現することは難しい。

そこで、本研究では、測点毎に1つのメッシュ(計算メッシュと呼ぶ)を作成して計算を行うことにした。そして、測線に沿った比抵抗構造を表現するもう1つのメッシュ(構造メッシュと呼ぶ)を用意することにした(第2.4図)。構造メッシュ(第2.4b図)は比抵抗ブロックで構成される。ブロックの水平方向の大きさは測点間隔の半分とした。分割の場所は測点の位置、および、隣の測点との中間点である。鉛直方向には浅部から深部に向かって徐々に大きくなるようにし、後述の計算メッシュの鉛直方向の分割に合わせられるようにした。

シュランベルジャ法では電流電極間隔 $AB/2$ を2～3桁の範囲で変化させて垂直探査を行う。そのすべての電極を1つの計算メッシュの中に置かなければならない。そこで、計算メッシュは、地表の中央(原点O)付近のわずかな範囲だけに細かな要素を置き、そこから左右および下方向に徐々に大きくしていくようにした(第2.4a図)。また、実際に

は、電流電極AおよびBを外側に、電位電極MおよびNを内側にした配置で測定を行うが、ここでは相反定理を利用し、それらを逆に配置することにした(第2.4a図)。すなわち、中央に電流源A, Bを置き、外側の節点の電位を計算する。それによって、一度のフォワード計算で1測点についてすべての電極間隔 $AB/2$ の見掛け比抵抗が計算できることになる。計算メッシュの要素数は、四角形単位で数えると、水平方向が80、鉛直方向が30である。実際には四角形を二分して三角形要素で有限要素法の定式化を行っている。メッシュの端における境界条件はすべてノイマン型とした。

計算メッシュの要素に比抵抗を与えるとき、計算メッシュの原点Oを構造メッシュの測点の位置に重ね、計算メッシュの要素の重心位置に対応する構造メッシュのブロックの比抵抗を拾い、それをその要素の比抵抗とする。そうすることによって、任意の位置の測点に対し、自動的に計算メッシュを構築することができる。1つの測点のフォワード計算が終われば、次の測点の計算メッシュを作り、見掛け比抵抗の計算を行う。この計算メッシュによる見掛け比抵抗の数値誤差は通常の電極間隔では2~3%以下である。

フレシェ微係数についても、それぞれの見掛け比抵抗について、計算メッシュの要素に対応付けられたブロックについて、(2-28)式によって求めることができる。ただし、シュランベルジャ法では相反定理を用いた簡略化した手順で微係数を求めることはできないので、(2-28)式を解く必要がある。

### 2.5.1.3 MT法

MT法の2次元フォワード計算はTEモードおよびTMモードで異なったメッシュ構成を用いる。メッシュを簡略化した例を第2.5図に示す。ここでは四角形要素を用いている。

TEモードのメッシュは大地および大気を離散化する必要がある(第2.5a図)。境界条件としてメッシュの上端(大気中のはるか上空)に単位の大きさの電場 $E_x$ を与え、有限要素法によって(2-35)式を定式化して、すべての節点の電場 $E_x$ を解く。メッシュの左右端および下端の境界条件はノイマン型である。TMモードのメッシュは大地だけを離散化する。地表に単位の大きさの磁場 $H_x$ を与え、(2-40)式に従って節点の磁場 $H_x$ を求める。

これらの計算は周波数毎に行う。

メッシュの要素の大きさは電磁波のスキンドープスを参考に決める。スキンドープス $\delta$ は電磁波の周波数と大地の比抵抗に依存し、

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} \quad (2-43)$$

で与えられる。数値エラーを小さくするためには、地表の要素は水平方向および鉛直方向とも最高周波数のスキンドープスの約1/4以下の大きさになるようにする必要がある。逆に、メッシュ全体の大きさは最低周波数のスキンドープスに比べ十分大きくしなければならない。従って、地表付近には細かい要素を置き、深くなるにつれて徐々に大きな要素を用いるようにした。

ブロックの構成は比抵抗法と同様に、いくつかの要素をグループとして1つのブロックとし、地表付近の影響力の大きいブロックは小さく、深部のブロックは大きくなるようにした(第2.3図参照)。

### 2.5.2 平滑化のオペレータ

(2-5)式の行列 $C$ は隣り合うブロック間の比抵抗の差分をとるオペレータである。メッシュおよびブロックを構成したあと、ブロック間の位置関係を示すデータファイルを作成し、平滑化オペレータを作るために用いる。

一般に適用されるオペレータには、2次元2次のラプラシアン・オペレータと、1次元1次の差分オペレータがある。第2.6図にブロックの例を示す。ラプラシアン・オペレータに対する行列 $C$ の要素は次式で与えられる。

$$C = \begin{bmatrix} -1 & c_{13} & 0 & c_{14} & & & 0 \\ c_{22} & -1 & c_{23} & 0 & c_{24} & & \\ 0 & c_{32} & -1 & c_{33} & 0 & c_{34} & \\ c_{41} & 0 & c_{42} & -1 & c_{43} & 0 & c_{44} \\ & & & & \bullet & & \\ & & & & & \bullet & \\ & & & & & & \bullet \\ 0 & & & & c_{M1} & 0 & c_{M2} & -1 \end{bmatrix} \quad (2-44)$$

ラプラシアン・オペレータは2次差分であり、比抵抗変化が一定であれば値はゼロになる。つまり、比抵抗が滑らかに変化すれば、そのラフネスは小さくなる。これによって、あるブロックの比抵抗はその周囲のブロックによる比抵抗分布からあまり突出しないという制約が与えられる。これをスムーズネス (Smoothness) 制約と呼ぶことにする。ブロックは一般に長方形であるので、その縦横比に応じて、左右および上下のブロックとの結び付きに重みを与えることにする。つまり、

$$\begin{aligned} C_{i1} = C_{i4} &= \frac{W}{2(W+D)} \\ C_{i2} = C_{i3} &= \frac{D}{2(W+D)} \end{aligned} \quad (2-45)$$

とする。ここで、(2-44)式の行列において、それぞれの行の対角要素以外の $C_{ij}$ の総和は1として正規化する。

それに対し、1次元1次の差分オペレータは、

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & & & & 0 \\ & -1 & 1 & & & & \\ & & \bullet & & & & \\ & & & \bullet & & & \\ & & & & -1 & 1 & \\ & & & & -1 & 1 & \\ -1 & 0 & 1 & & & & \\ & -1 & 0 & 1 & & & \\ & & \bullet & & & & \\ & & & \bullet & & & \\ 0 & & & & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-46)$$

で与えられる。(2-46)式の行列の上半分は右隣りのブロックの比抵抗との差分、行列の下半分は下隣りのブロックとの差分をとるオペレータである。これによって、あるブロックの比抵抗は右および下隣りのブロックの比抵抗とあまり異ならないという制約を与えることになる。これをフラットネス (Flatness) 制約と呼ぶことにする。

### 2.5.3 プログラムフロー

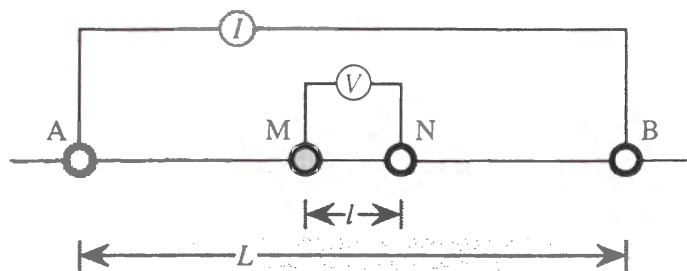
通常のインバージョン解析では、測定値（見掛け比抵抗、位相、および、それらの測定誤差）のファイルを作成し、測点配置に応じて有限要素法のメッシュおよびブロックを構成する。また、測線に沿った地形をメッシュに組み込む。初期モデルは均質大地とし、反復修正による最小二乗法インバージョンを開始する。

各反復において、いくつかの平滑パラメタについて(2-7)式を解いて候補モデルを求め、そのモデルのABICを(2-19)式によって算出する。ここで、有限要素法の行列（(2-22)式）の演算にはガウスの消去法を適用し、インバージョンのシステム行列（(2-7)式）の逆行行列の演算には特異値分解を用いている。候補モデルのうちでABICを最小にする平滑パ

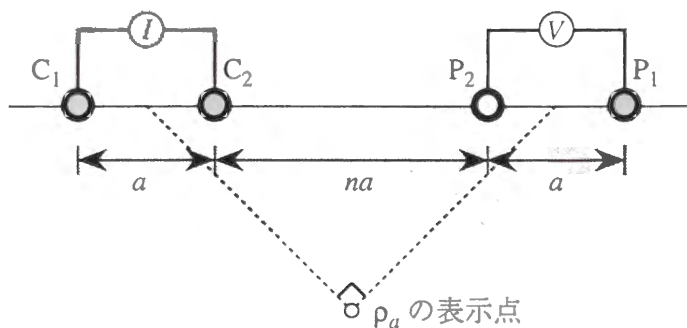
ラメタを最適であるとし、その回の反復のモデルを更新する。そして、次の反復修正へ進む。

多くの場合、反復が進むにつれて残差は徐々に小さくなり、最終的にある値に漸近する。そのとき、ABICも変化しなくなり、パラメタの修正量もゼロになる。これらによって収束したと判定できる。残差の最終的な値は、データに含まれていた測定誤差に依存する。ただし、地下構造が2次元構造で説明できない場合や、データに大きな誤差が含まれているときは、必ずしも順調に反復修正が行われるとは限らない。そのときは何らかの安定化の操作も必要になる。

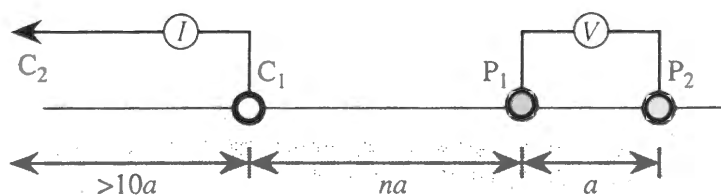




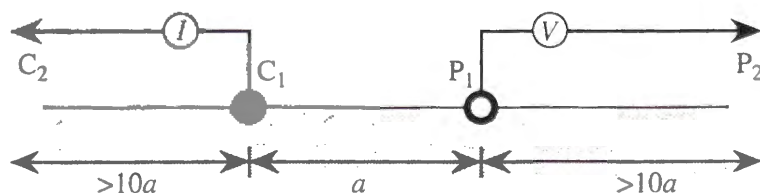
(a) Schlumberger Array



(b) Dipole-Dipole Array

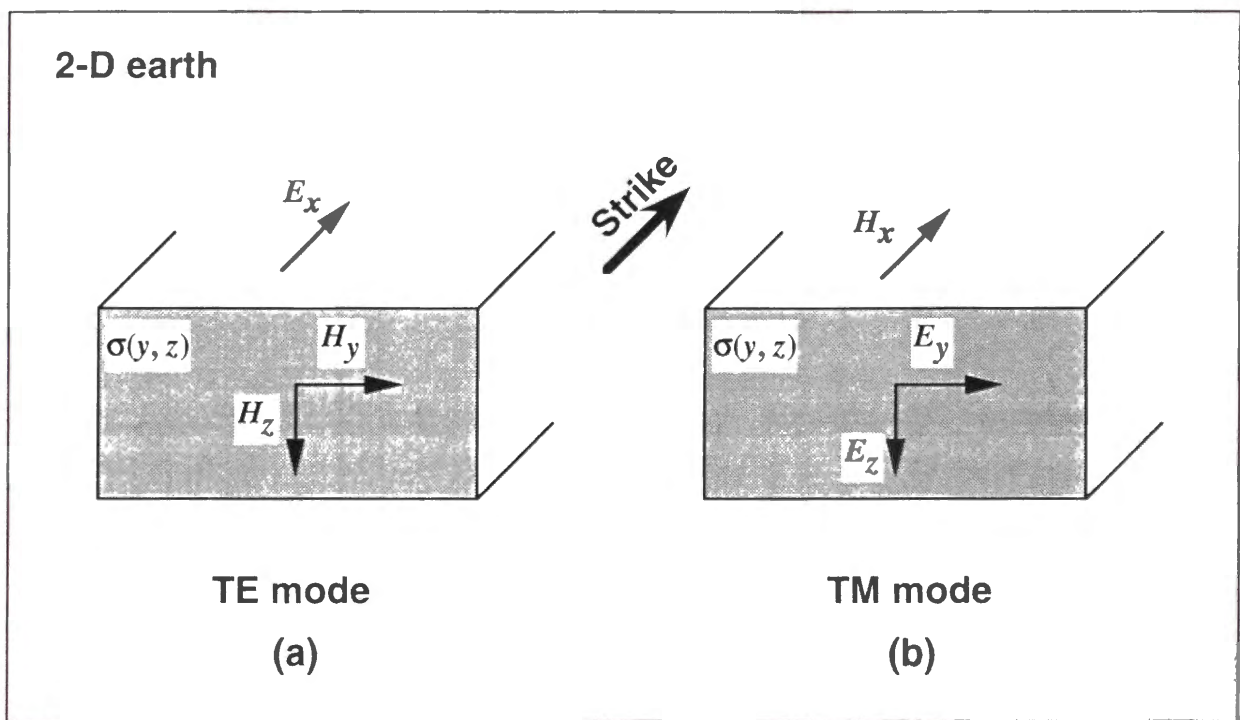


(c) Pole-Dipole Array

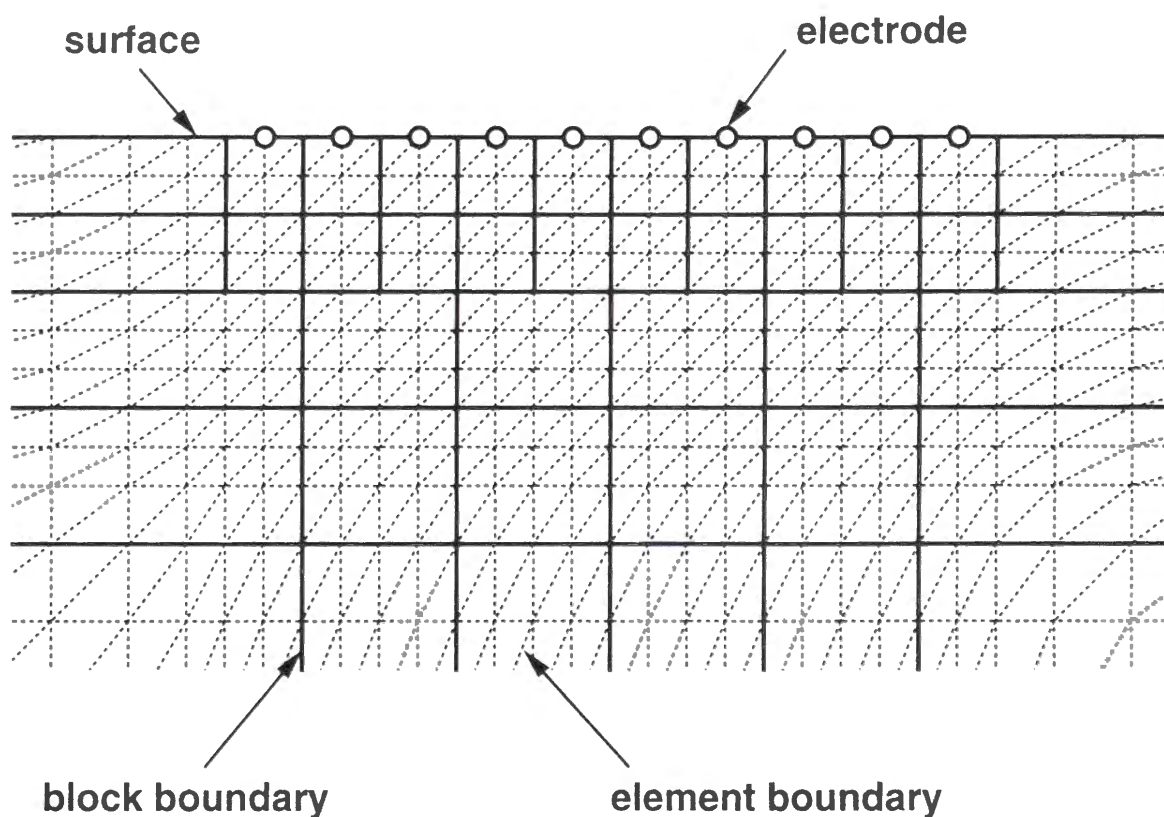


(d) Pole-Pole Array

第2.1図 比抵抗法の主な電極配置。(a) シュランベルジャ配置、(b) ダイポール・ダイポール配置、(c) ポール・ダイポール配置 (三極法)、および、(d) ポール・ポール配置 (二極法)。

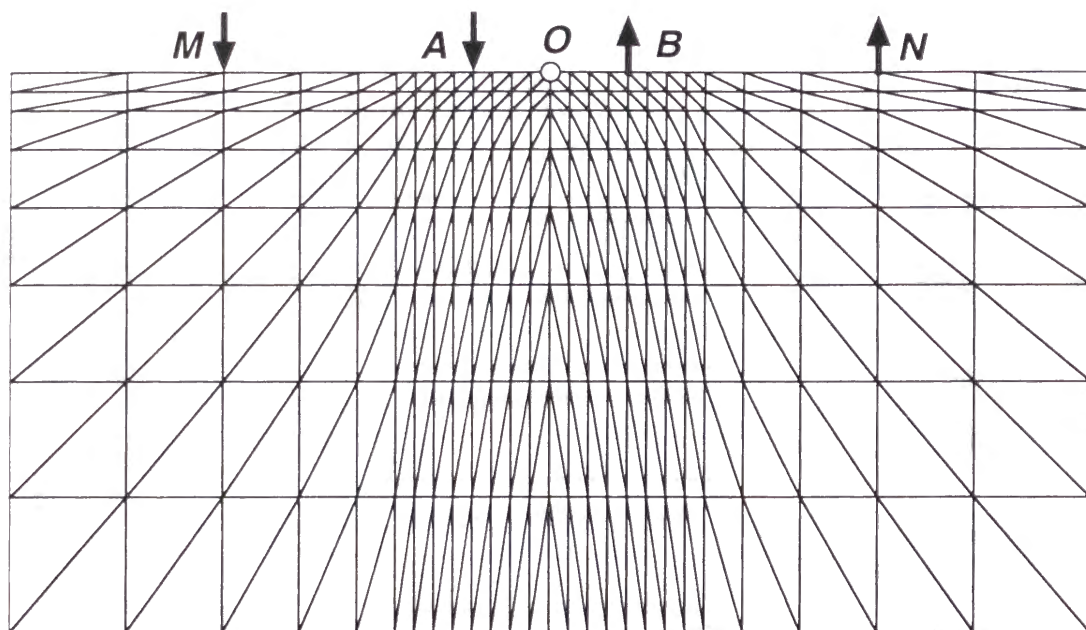


第2.2図 2次元構造大地におけるMT法信号の分極モード。(a) TEモードと (b) TMモード。

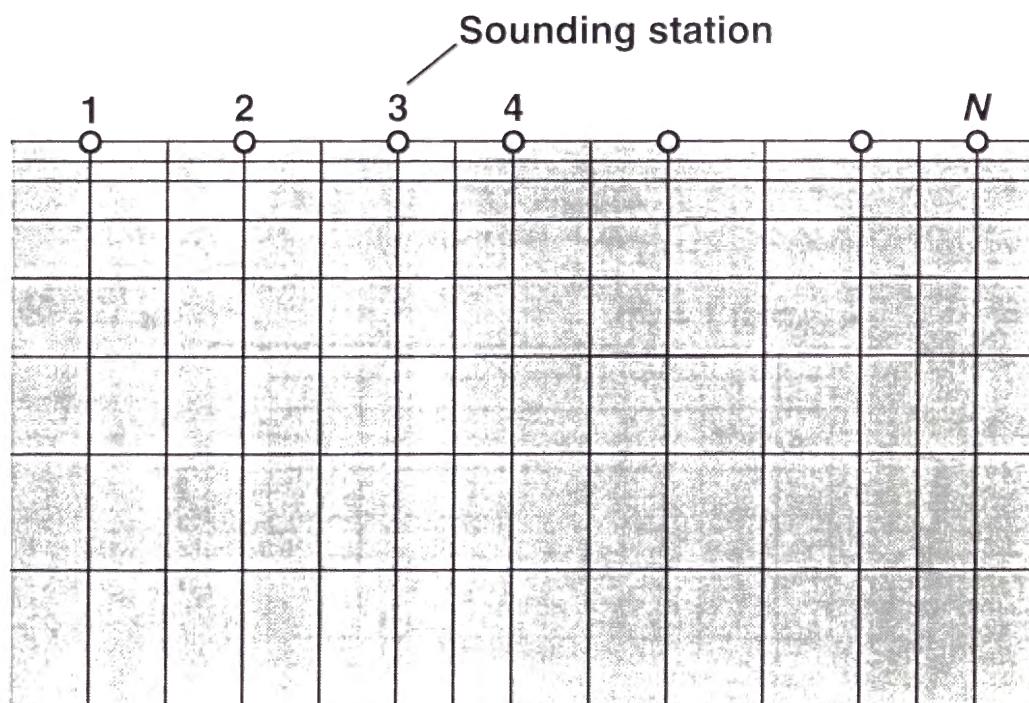


## FEM mesh and blocks for DC resistivity

第2.3図 比抵抗法2次元モデリングのための有限要素法メッシュと比抵抗ブロック。任意の電極配置を扱える。点線は要素の境界、実線はブロックの境界を表す。電極の近傍は小さな要素とし、周囲には大きな要素を置いて半無限大地を近似する。



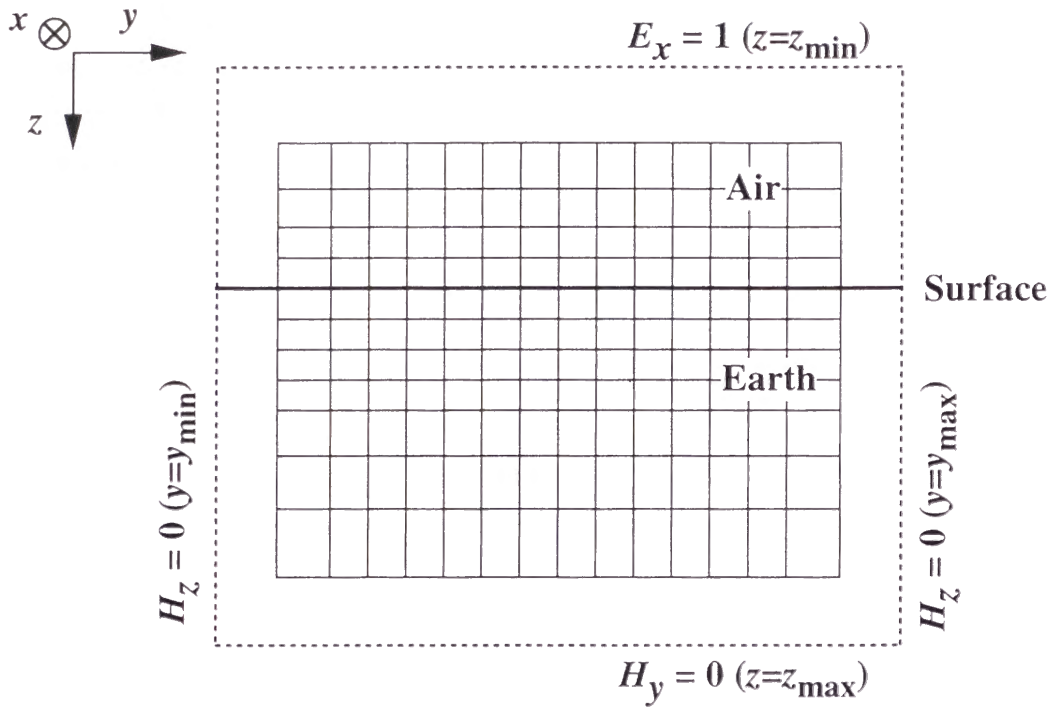
**(a) FEM mesh for Schlumberger array**



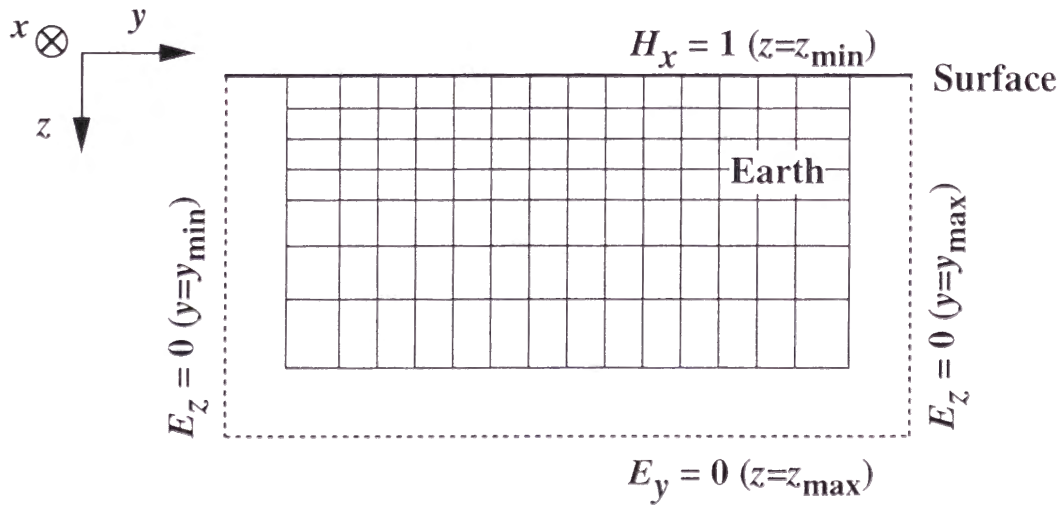
**(b) Resistivity blocks**

第2.4図 (a) シュランベルジャ法の2次元計算に用いる有限要素法メッシュ。1つの測点についての計算を行う。(b) シュランベルジャ法測線のモデルを表現する比抵抗ブロック。

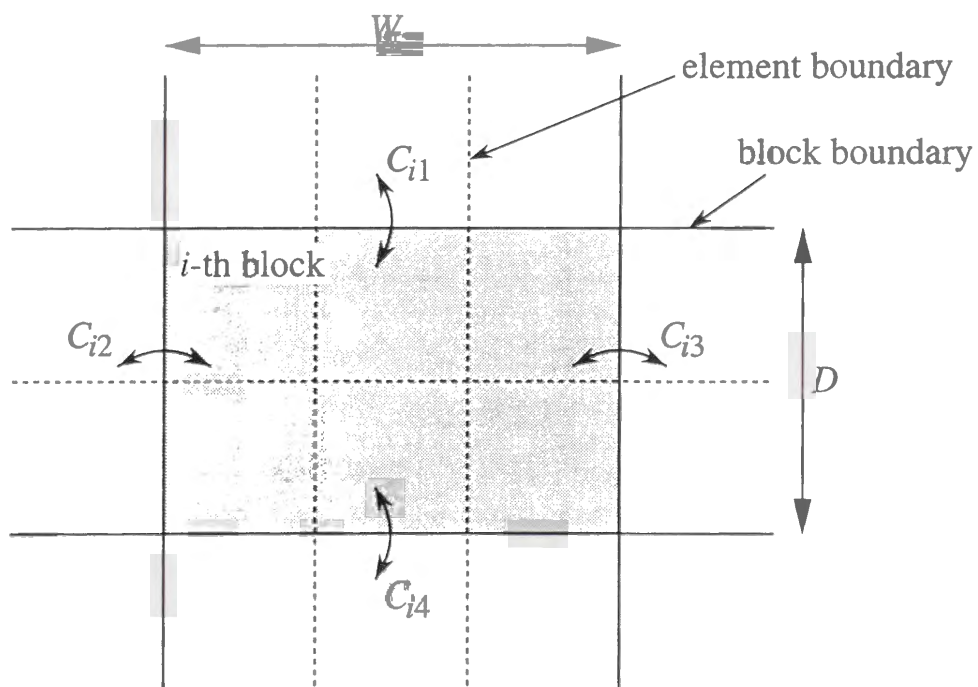
(a) TE mode



(b) TM mode



第2.5図 MT法2次元モデリングのための有限要素法メッシュ。(a) TEモードと (b) TMモード。



第2.6図 比抵抗ブロックと平滑化の係数。 $i$  番目のブロックが灰色で示されている。

### 3. 数値実験

#### 3.1 はじめに

本章では、数値モデルを用いた実験により、第2章で述べた平滑化拘束の2次元インバージョン手法の有効性について検討する。数値モデルによって計算される見掛け比抵抗や位相などの応答を測定値と見なしてインバージョンを行い、初めに与えたモデルがどれだけ再現されるかを調べる。また、数値データに正規ランダムノイズを与え、ノイズの大きさによってモデルの再現性がどのように影響されるか、反復修正によるインバージョンがどのように進むか、あるいは、重みの与え方によってモデルがどう変わるか、などについて検討する。

まず、MT法データについて、次に、トモグラフィ配置の比抵抗法データについて、最後に、シュランベルジャ配置の垂直探査データについて述べる。

#### 3.2 MT法

##### 3.2.1 モデルとデータ

2次元モデルに対するMT法の数値実験結果について述べる。100  $\Omega\cdot\text{m}$ の均質大地の中に低比抵抗と高比抵抗のプリズム異常体が存在するモデルを用いた(第3.1図)。異常体の比抵抗はその中心に向かって徐々に変化するようにした。低比抵抗異常では外から56, 18および10  $\Omega\cdot\text{m}$ 、高比抵抗異常は180, 560 および 1000  $\Omega\cdot\text{m}$ と変化する。これは、比抵抗変化はスムーズであるという既知条件に即したモデルとするためである。24測点についてTMモードおよびTEモードの見掛け比抵抗および位相を計算した。周波数はCSAMT法の帯域を想定し、2, 4, 8, ..., 2048Hzの11通りである。有限要素法メッシュの地表の要素は横50m、鉛直25mとし、最大周波数のスキンドープスに比べ十分小さくなるようにした。



このメッシュによって計算される見掛け比抵抗の数値誤差は、 $100\ \Omega\cdot\text{m}$ の均質大地モデルについて全ての周波数で0.5%以下である。

TM・TEモードの見掛け比抵抗と位相の計算値をそれぞれ第3.2図および第3.3図に示す。両者とも、異常体による見掛け比抵抗の変化は小さく、最も大きい見掛け比抵抗変化は低比抵抗異常によるもので、約0.2桁のコントラストを作っている。これらの計算値に正規分布ランダムノイズを加えて測定値と見なした。加えた数値ノイズの標準偏差は相対値で1%, 3%および10%である。見掛け比抵抗と位相を別々にカウントすると、1つのモードについてデータ数は528である。

インバージョンでは、地下媒質を多くの矩形ブロックに分割し、その各々の比抵抗を未知数とする。比抵抗異常が存在する浅部に対しては小さなブロックを用い、深くなるにつれてブロックを大きくした。ブロック数は276である。インピーダンスの測定値と計算値のマッチングは自然対数領域で行った。ブロックの比抵抗、ヤコビアン行列、および、残差の計算も自然対数領域とした。初期モデルは $1000\ \Omega\cdot\text{m}$ の均質大地である。(2-5)式で示される差分行列  $C$  には2次元2次の差分、すなわち、2次元ラプラシアンフィルタを用いた。フィルタの係数はブロックの縦横比によって重みを付け、横に長いブロックについては、左右よりも上下のブロックとの結びつきを大きくするようにした。

最小二乗法インバージョンではデータの測定誤差に基づく重み ( $W$ ) を与えるのが一般的である。しかし、実際のCSAMT法の測定では測定誤差を求めることはあまり行われていない。そこで、ここでの重み付きインバージョンでは、すべてのデータに同じ重みを与えることにした。重みは与えた数値ノイズの標準偏差から計算した。インバージョンで得られる最終モデルは、すべてのデータに均等の重みをかけているかぎり、重みの絶対値には依存しない。ただし、選択される平滑パラメタやrms残差は与える重みによって正規化され、異なった値になる。

最適な平滑パラメタの選択は、Constable et al. (1987) に示されているように、平滑パラメタをゼロから無限大まで変化させて、ABICを最小にするものを探索する必要がある。しかし、この数値実験では計算時間を節約するために、7個の平滑パラメタについての

みABICを算出し、最小値を与える平滑パラメタを最適とした。ただし、探索の幅は初期の反復では広く、反復が進むにつれて狭くし、十分な精度で探索が行えるようにした。

### 3.2.2 TMモード・データのインバージョン

TMモードについて、1%、3%および10%の数値ノイズを与えたデータに対するインバージョン結果を第3.4図に示す。また、3%ノイズのデータについて、rms残差およびABICが平滑パラメタに対してどのように変化するかを第3.5図に示す。ここで、rms残差は次式で与えられる。

$$\text{rms misfit} = \sqrt{\frac{S}{N}} = \sqrt{\frac{1}{N} \|Wd - WF(m)\|^2} \quad (3-1)$$

各反復においてABICを最小にする平滑パラメタを最適なものとして選択する(第3.5b図)。5回目以降の反復におけるrms残差とABICは、4回目のものとほとんど一致する。これは、インバージョンが完全に収束していることを意味する。第3.5図では、1回目と2回目の反復で、ABICとrms残差の最小値が明瞭に決まることがわかる。しかし、3回目以降の反復では、小さい平滑パラメタほどrms残差は小さくなり、探索の範囲では最小の値は得られていない。それに対し、ABICは探索の範囲で最小値が求まっている。反復が進むにつれ、ABIC最小化は残差最小化よりも大きな平滑パラメタによって得られ、よりスムーズなモデルが選ばれることになる。これは、残差最小化を追求すると比抵抗分布の非常に粗いモデルになってしまい、ラフネスを大きくし、ABICも大きくなってしまうためである。

第3.6図はインバージョンに関するいくつかのパラメタが反復によってどう変化するかを示す。ここで、もう1つの残差(u-rms残差)を定義する。

$$\text{u - rms misfit} = \sqrt{\frac{U}{N-1}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \{ \|Wd - WF(m)\|^2 + \alpha^2 \|Cm\|^2 \}} \quad (3-2)$$

データの測定誤差と比抵抗分布のラプラシアンが互いに独立であり、平均ゼロの正規分布に従うならば、u-rms残差の期待値は1であると考えられる。第3.6e図のパラメタ修正

量は、

$$\sqrt{\frac{1}{M}\|m_{k+1} - m_k\|^2} \quad (3-3)$$

で計算される。

用いた初期モデルは比抵抗が1000  $\Omega\cdot\text{m}$ の均質大地あり、求めるべき真のモデルとは大きく異なっている。見掛比抵抗の測定値の平均はおよそ100  $\Omega\cdot\text{m}$ である。1回目の反復で選択される平滑パラメタは大きい値であり、モデルは非常にスムーズになっている。すべてのブロックの比抵抗はこのときにほぼ100  $\Omega\cdot\text{m}$ に近い値まで小さくなる(第3.7図参照)。まだ残差が大きいので、それとバランスをとるためには平滑パラメタを大きくする必要があるためと考えられる。反復が進むにつれて残差は小さくなり、小さな平滑パラメタが選ばれるようになって(第3.6a図)、比抵抗分布は徐々に粗いものになる。モデル修正の収束は、ABICが反復につれてどのように減少していくかで判断できる。収束に近づくときABICはほとんど減少しなくなる。また、rms残差およびu-rms残差も同様にほぼ1に収束し、パラメタ修正量はゼロに漸近する。このような数値実験データでは収束に要する反復回数は少なくほぼ完璧な収束が得られる。収束するまでの反復回数は与える数値ノイズの大きさに依存し、ノイズ(測定誤差)が大きいほど、少ない反復で収束する。1%ノイズではほぼ収束するのに6回の反復を行ったのに対し、10%ノイズでは4回でほぼ収束した。

最終的なrms残差は1%, 3%および10%の数値ノイズについて、それぞれ0.98, 1.00および1.01である。それに対し、凡関数 $U$ の値はすべての場合で約570であり、u-rms残差もほぼ1.04になる。残差二乗和 $S$ と凡関数 $U$ の比は1%, 3%および10%の数値ノイズについて、それぞれ0.88, 0.91および0.94である。また、最終モデルの平滑パラメタはそれぞれ9.58, 11.89および18.34である。これらのことから次の解釈ができる。

1)  $U$ の期待値は $N-1$ であり、すべてのノイズの場合についてほぼ当てはまる。1%の数値ノイズについて、rms残差は1より小さくなったが、u-rms残差は1より少し大きく、いわゆるオーバーフィッティングの状態に陥ってはいないと言える。

2) 測定誤差が小さいとき、残差の最小化が追求され、 $S$  が  $U$  に占める割合は小さくなる。ここで、 $S$ ,  $U$  および平滑パラメタはすでに測定誤差に応じた重みで正規化された値であることに注意する必要がある。 $U$  はノイズの大きさに関係なくほぼ一定であるが、ノイズが小さいほど残差二乗和  $S$  は小さくなり、粗いモデルが選択されることになる。

### 3.2.3 初期モデルの影響

初期モデルがインバージョンの結果に与える影響について検討するため、3%ノイズの TMモードデータに対して、真の構造(第3.1図)を初期モデルとしてインバージョンを行った。その結果、真の構造には収束せず、均質大地を初期モデルにした場合(第3.4b図)と同じモデルが得られた。1回目の反復における平滑パラメタは8.41であり、その後増加して最終的には11.89になる。この値は第3.4b図と同じである。これと同様のテストは deGroot-Hedlin and Constable (1990) でも述べられている。

1000  $\Omega\cdot\text{m}$ の均質大地および真の構造を初期モデルとしたインバージョンにおいて、各反復においてモデルがどのように変化するかを、それぞれ第3.7図および第3.8図に示す。均質大地初期モデルでは、1回目の反復でモデルの比抵抗が1000  $\Omega\cdot\text{m}$ から100  $\Omega\cdot\text{m}$ 前後の値にまで小さくなる。ここで、均質の初期モデルの比抵抗を異なった値(たとえば、1  $\Omega\cdot\text{m}$ )にしても、1回目の反復でモデル全体がほぼ100  $\Omega\cdot\text{m}$ の比抵抗になってしまうので、その後の反復は初期モデルの比抵抗にほとんど依存しなくなる。

真の構造の初期モデルの場合、データには3%の数値誤差が含まれているので、初期モデルによる相対残差は約3%である。初期モデルは、(2-5)式において残差項とバランスするにはラフネス項が大き過ぎ、1回目の反復で残差に応じたスムーズなモデルが選択される。その後の反復では均質の初期モデルと同じ平滑パラメタが選択されて収束している。

一般に、反復修正の線形化最小二乗法によるインバージョンでは残差が極小になるモデル(local minima)が無数に存在し、一度その中にトラップされると、大局的に残差二乗和を最小にするモデル(global minimum)に到達することは難しいとされる。global

minimumが得られるかどうかは初期モデルに強く依存し、パラメタ修正がどのような経路で進むかで決まる。ここで示した数値実験のデータでは、ABIC最小化に基づく平滑パラメタの選択により、初期モデルにはほとんど依存せず同一の最終結果を得た。その理由として、プリズム異常体に起因する見掛け比抵抗の異常は与えた数値ノイズより十分大きいこと、スムーズなモデルを得るというプロセスでは、急激な比抵抗変化を多く含むと考えられるlocal minimaモデルに陥る危険性が少ないと解釈できる。反復の初期の段階では残差が大きくてスムーズなモデルしか選択されず、反復が進んで残差が小さくなると、もともとデータに含まれている測定誤差に相当する範囲でラフなモデルが選択されるようになる。この手順がlocal minimaに陥る確率を小さくしていると思われる。

インバージョンによってどれだけ元の構造が再現されるかを検討すると、第3.4図から明らかなように、2つの比抵抗異常は数値ノイズが大きくなるにつれてあまり再現されなくなってしまう。標準偏差10%程度の測定誤差が含まれてることはMT法の測定では一般的なので、真の比抵抗構造を再現することが非常に難しい作業であることがわかる。TMモードデータのインバージョンでは、高比抵抗異常より低比抵抗異常の方が少しだけ元の異常をよく再現できていることがわかる。3%ノイズの場合、周囲の比抵抗とのコントラスト(10倍または1/10)は、低比抵抗異常で1/4.3、高比抵抗異常で2.5倍まで再現されている。

#### 3.2.4 TMモードとTEモード

3%のノイズを与えたとき、TMモードのみ、TEモードのみ、および、その両方を使ったときのインバージョン結果を第3.9図に示す。TEモードのデータをインバージョンするとき、収束に必要な反復回数はTMモードだけのときより多くなる。第3.10図には深さ250～300mのブロックの比抵抗分布を示す。この深さは2つの異常体の中心に対応する深度である。

すべてのモデルについて、低比抵抗異常体の方が高比抵抗異常体よりもよく再現されている。特に、TEモードのデータは低比抵抗異常に対して感度が大きい。これは、TE

モードでは、低比抵抗異常体の中に誘導される2次電流の影響を直接受けるためである。逆にTEモードは高比抵抗異常にはあまり感応しない。それでも、両方のモードによるインバージョンの方が、TMモードだけの場合より、高比抵抗異常をよく再現している。この結果はSmith and Booker (1991) の数値実験例とよく似ている。 $\|Cm\|^2$ で定義されるラフネスはTMモードのみ、TEモードのみ、および、その両方の場合でそれぞれ、0.36, 0.64 および 1.19 である。両方のモードを使うとデータ数が2倍になるので、他のモデルよりよく元の構造をより再現することができ、ラフなモデルを得ることができる。

第3.9図のそれぞれの結果について、パラメタの信頼区間を自然対数領域の標準偏差として表示したものを第3.11図に示す。信頼区間は (2-7)式左辺の行列の逆行列、

$$\sigma_m^2 = \{ (WA)^T(WA) + \alpha^2 C^T C \}^{-1} \quad (3-4)$$

の対角要素によって与えられ、平滑パラメタを含んだ値になっている。つまり、信頼区間は収束時に選択された平滑パラメタに依存する。平滑パラメタが大きいときには信頼区間が小さくなり、パラメタの決定精度が高いことになる。しかし、最適な平滑パラメタは、測定データだけを使って、平滑化制約という既知情報を適用したABIC最小化のプロセスにおいて決定されたものであり、平滑パラメタが決まった時点で信頼区間として解釈して構わない。大きい平滑パラメタは測定誤差が大きいときに選ばれるので、そのような悪いデータに対しては、小さな範囲でしかパラメタを動かさないということを意味する。逆に、品質の高いデータでは、信頼区間は大きく、パラメタが大きく変化する可能性を残していると解釈できる。

浅部のブロックほど信頼区間は小さく、精度よくパラメタが求められていることがわかる。深くなるにつれて信頼性は低下するが、低比抵抗異常に対応するブロックは信頼区間が比較的小さく、高比抵抗異常では特にTEモードにおいて決定精度が悪い。

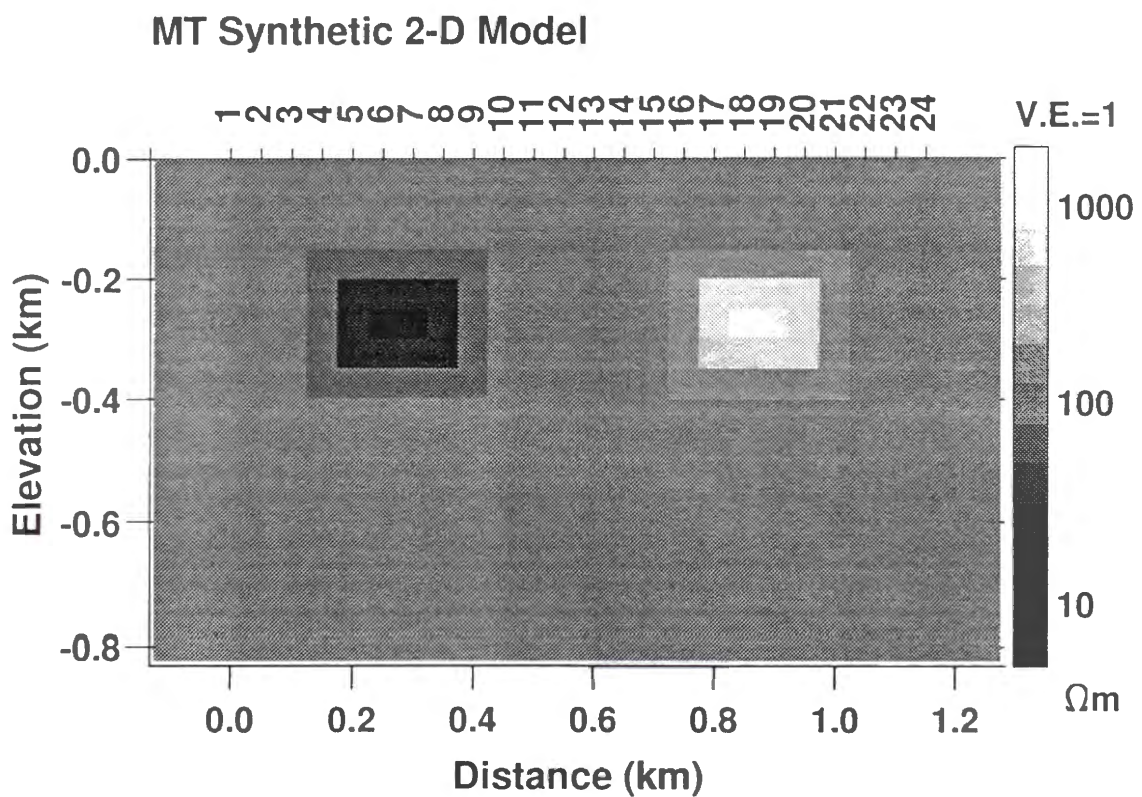
### 3.2.5 重みつきインバージョン

これまでのインバージョンではすべてのデータに均等の重みを与えたが、個々のデー

タの数値ノイズの大きさに応じた重みを与えるインバージョンを試みた。つまり、個々のデータの測定誤差の標準偏差は、数値ノイズによるバイアス量であると仮定する。TMモードの10%ノイズのデータについて重みつきインバージョンを行った。そのとき、1%以下のノイズについては測定誤差は1%であるとした (noise floor)。

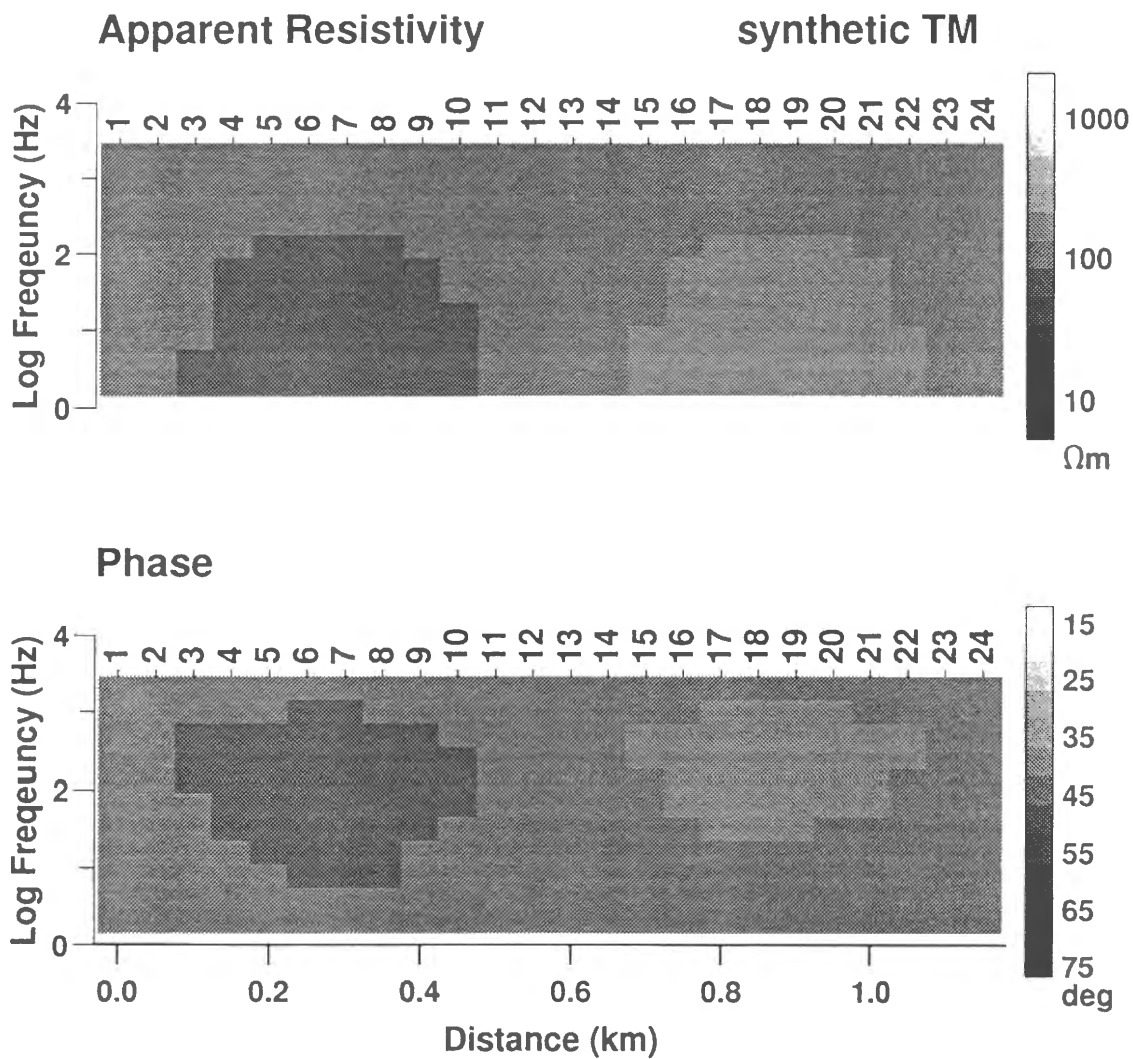
インバージョンの結果を第3.12図に示す。均等重みによるモデル (第3.4c図) に比べると、2つの比抵抗異常体はより正確に再現され、3%ノイズのモデル (第3.4b図) とほぼ同等であることがわかる。たとえ測定誤差は大きくても、それを正しく評価し重みとして用いることによって、インバージョンの信頼性を向上させることができる。



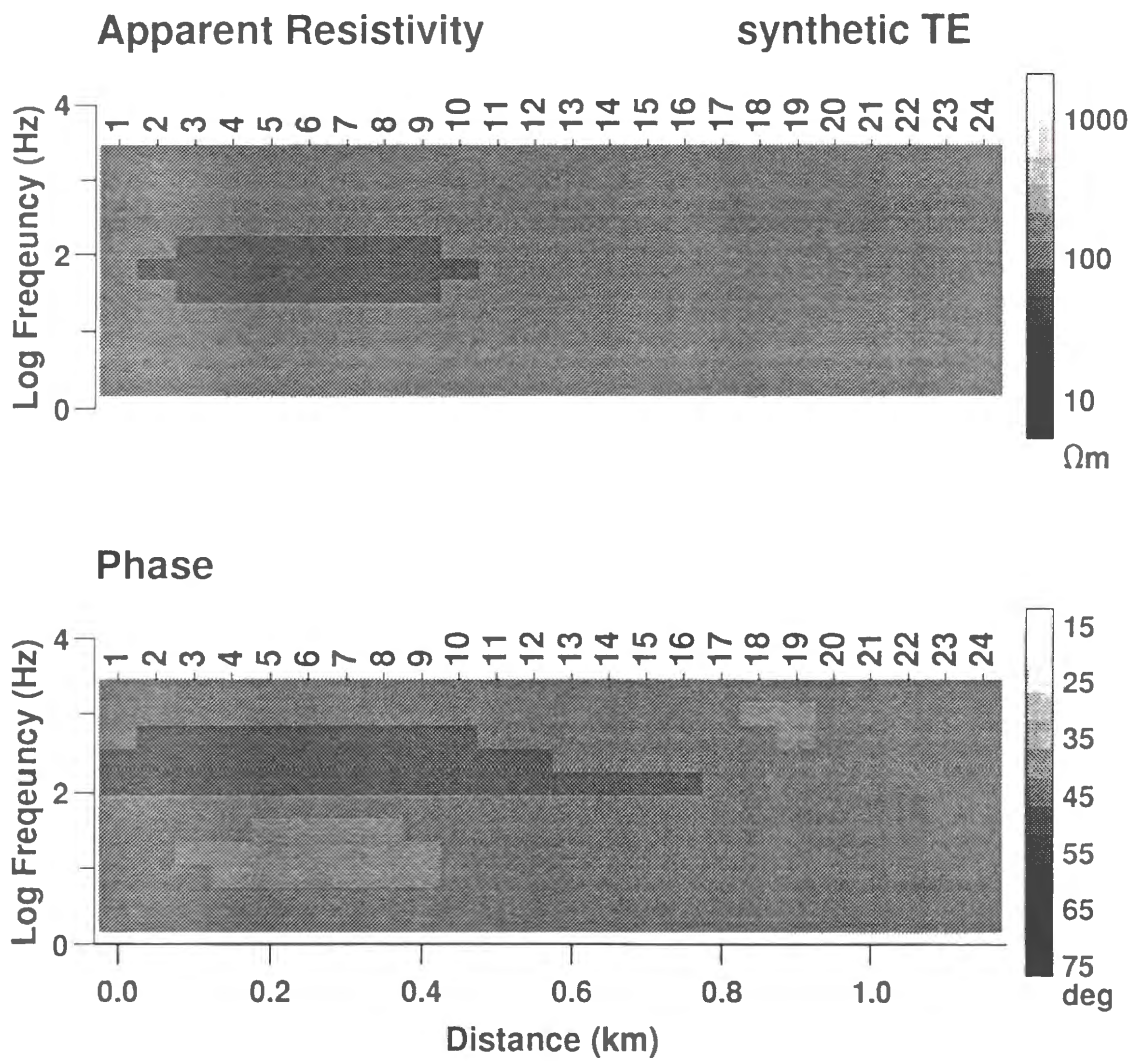


第3.1図 MT法の数値実験に用いた2次元比抵抗モデル。100  $\Omega\cdot\text{m}$  の均質大地に2つのプリズム異常がある。異常体の比抵抗は外側から徐々に変化し、左の低比抵抗異常では56, 18 および 10  $\Omega\cdot\text{m}$  と変化し、右の高比抵抗異常では180, 560 および 1000  $\Omega\cdot\text{m}$  と変化する。

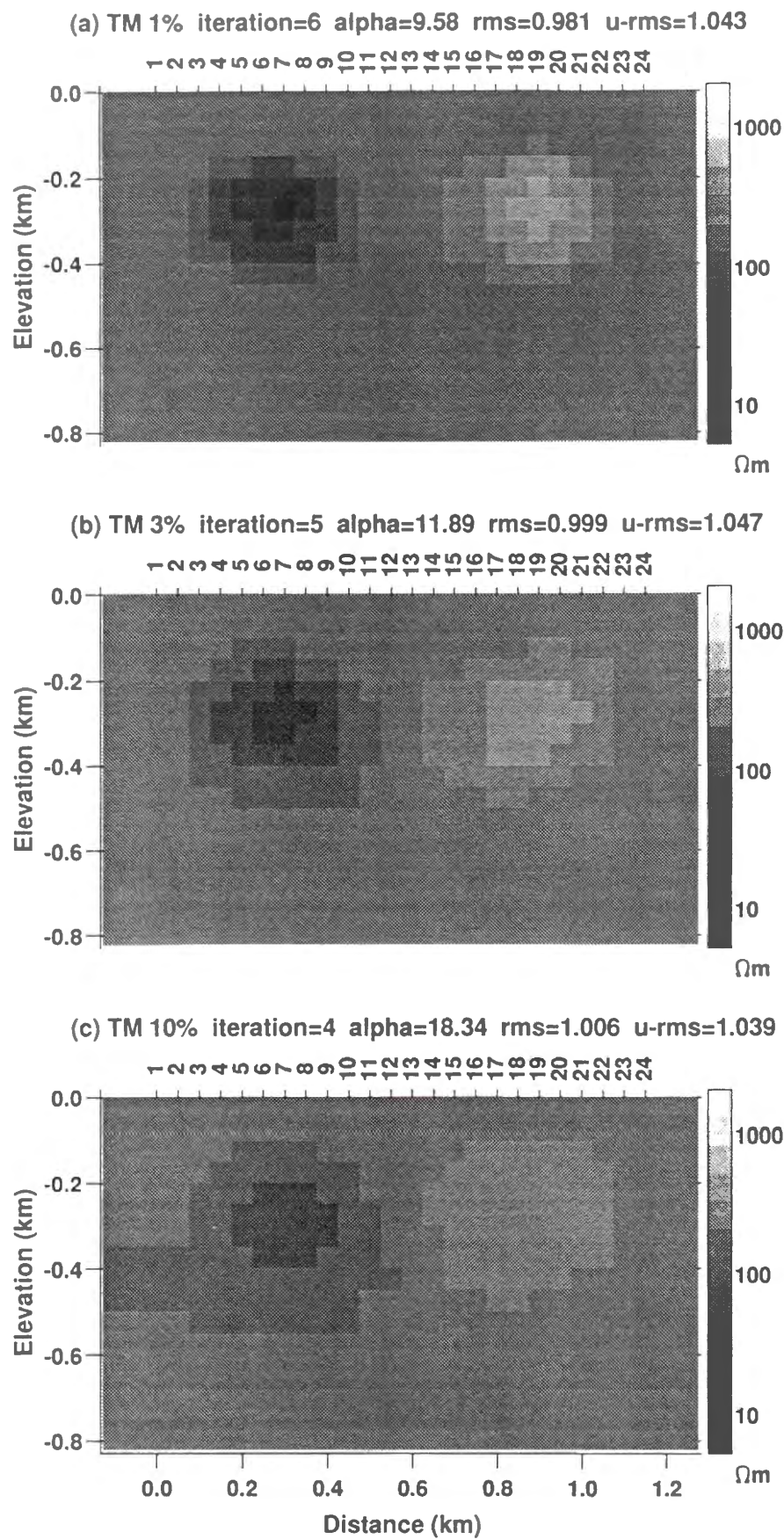




第3.2図 第3.1図のモデルから計算されるTMモードの(上)見掛け抵抗および(下)位相。周波数は2~2048 Hzの11通り。これらの値に正規分布ノイズを加えて測定値と見なした。

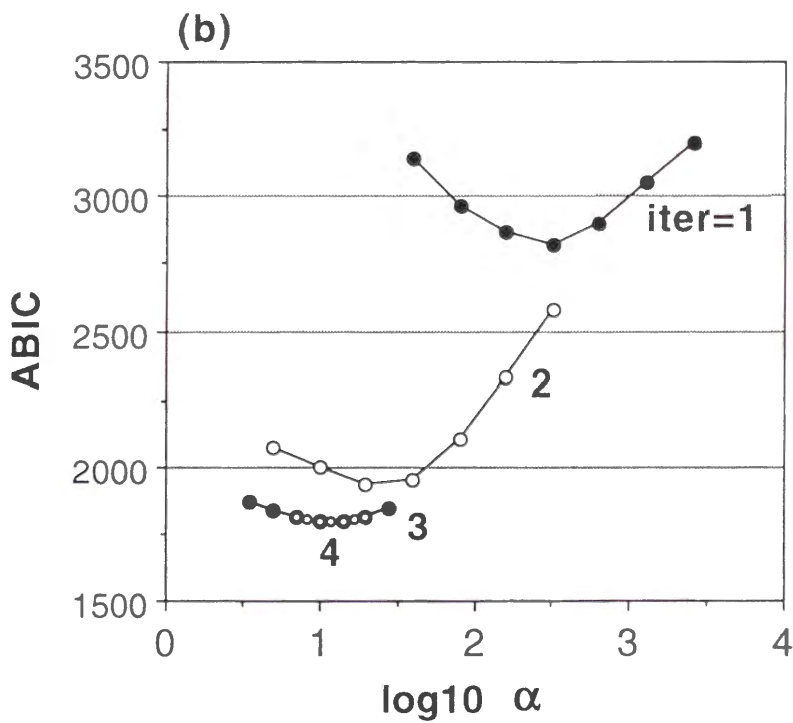
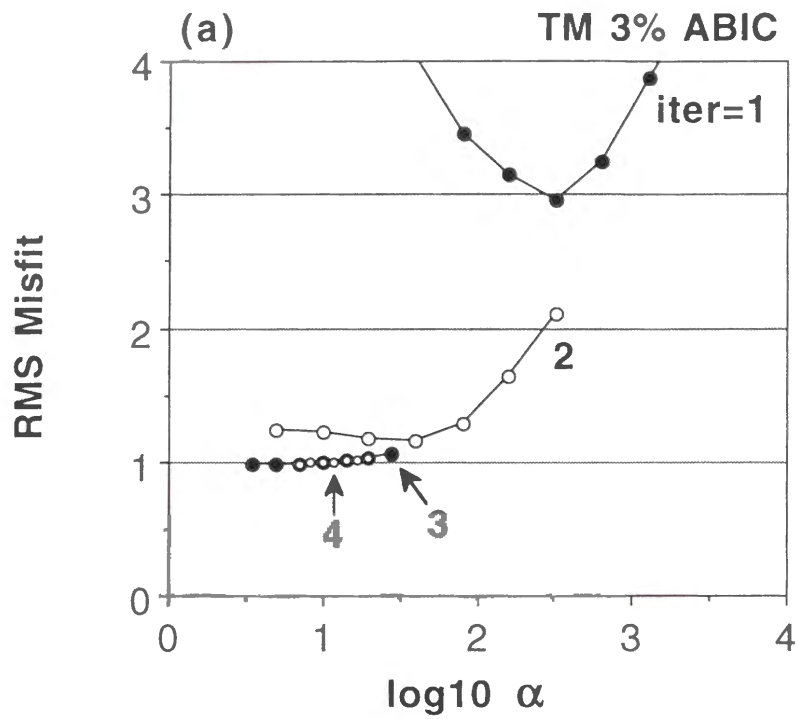


第3.3図 第3.1図のモデルから計算されるTEモードの(上)見掛け抵抗および(下)位相。

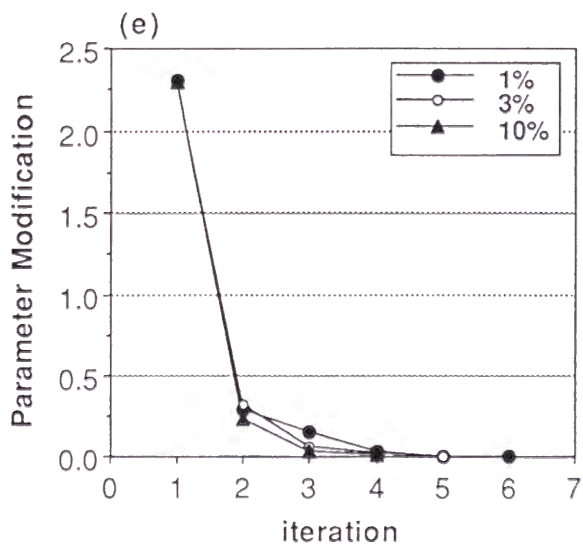
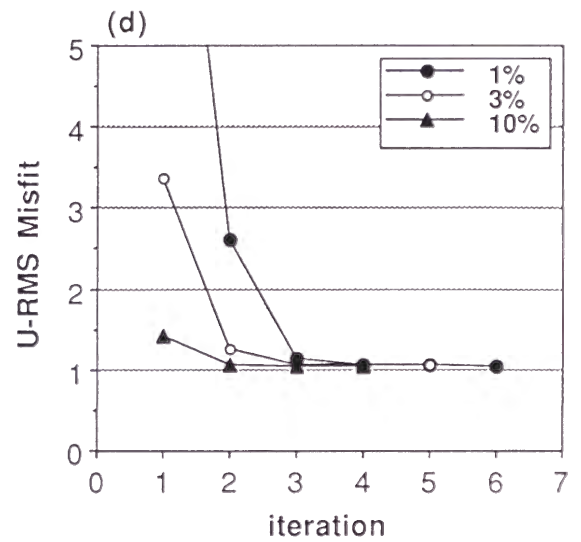
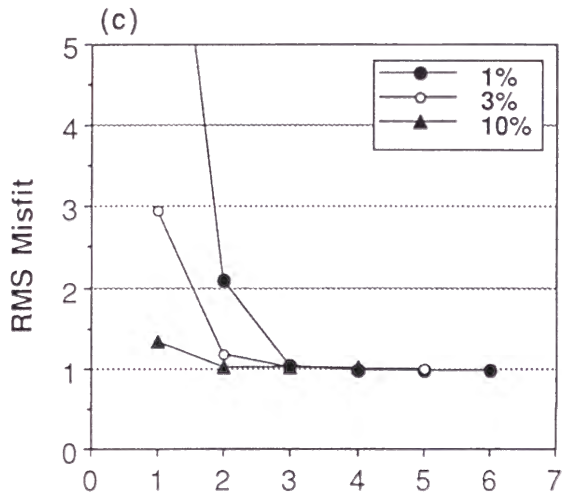
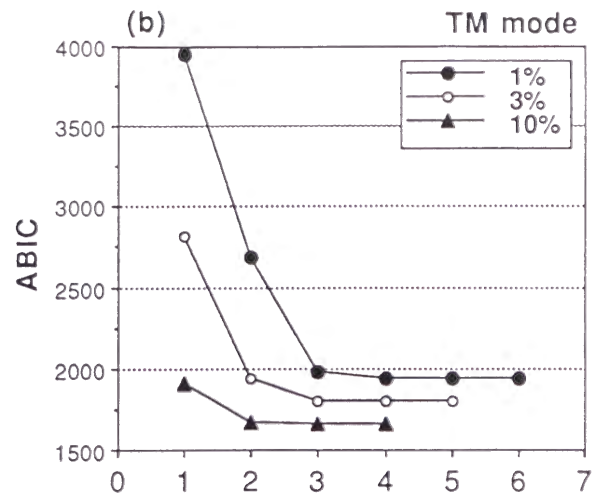
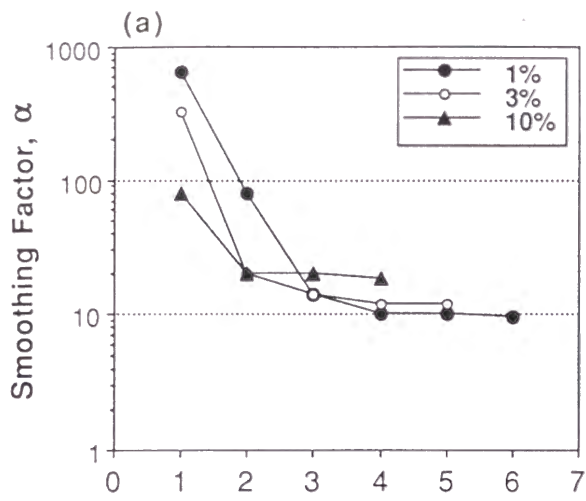


第3.4図 TMモード・データについて、ABIC最小化法を用いた平滑化制約インバージョンによって得られた比抵抗モデル。与えた数値ノイズは(a) 1%、(b) 3%、および、(c) 10%である。初期モデルは1000  $\Omega \cdot m$  の均質大地。alpha は最後の反復で選択された平滑パラメタを表す。

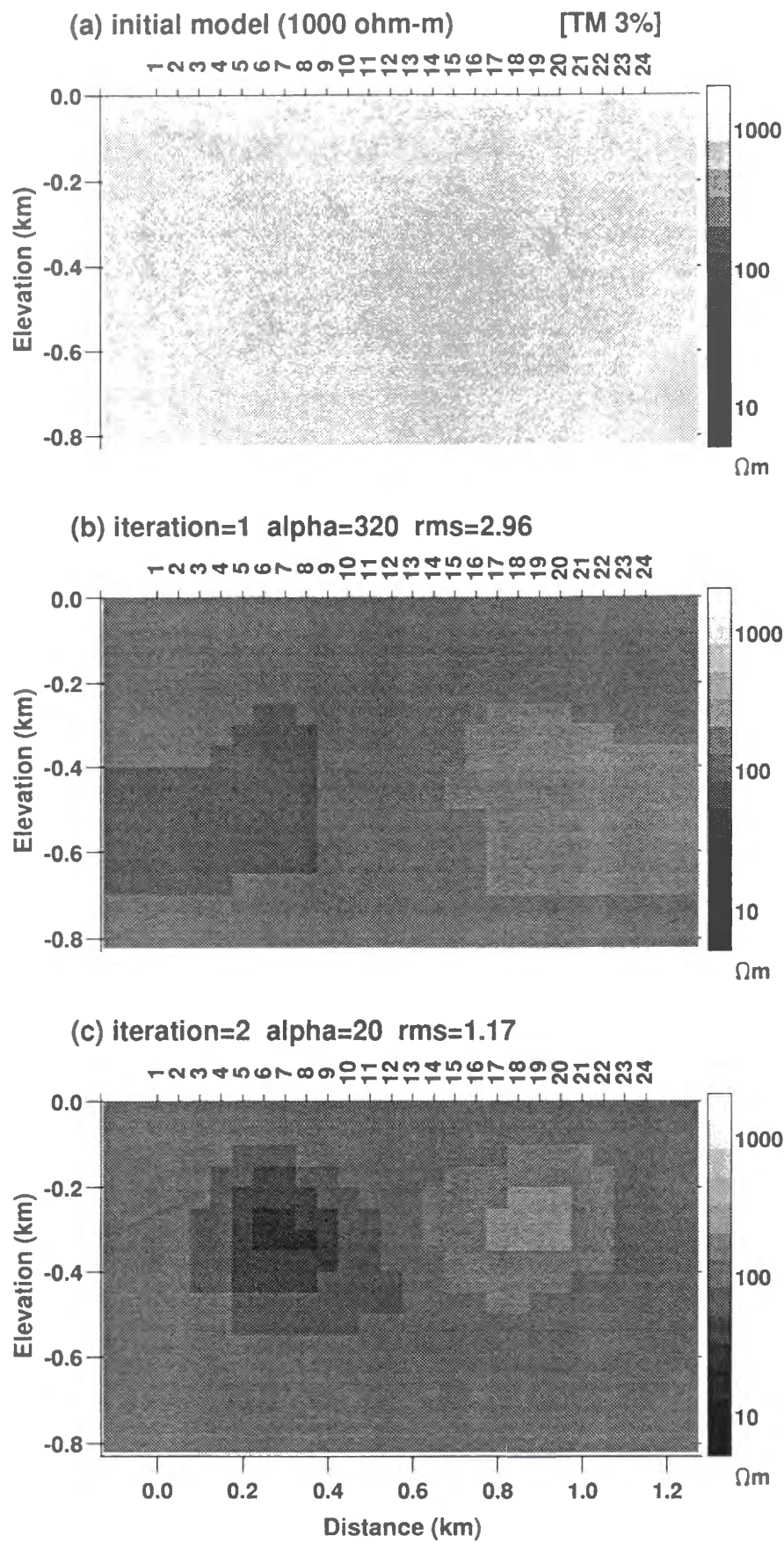




第3.5図 3%ノイズのTMモード・インバージョンについて、各反復における、rms残差およびABICと平滑パラメタの関係。各反復でABICを最小にする平滑パラメタを選択する。

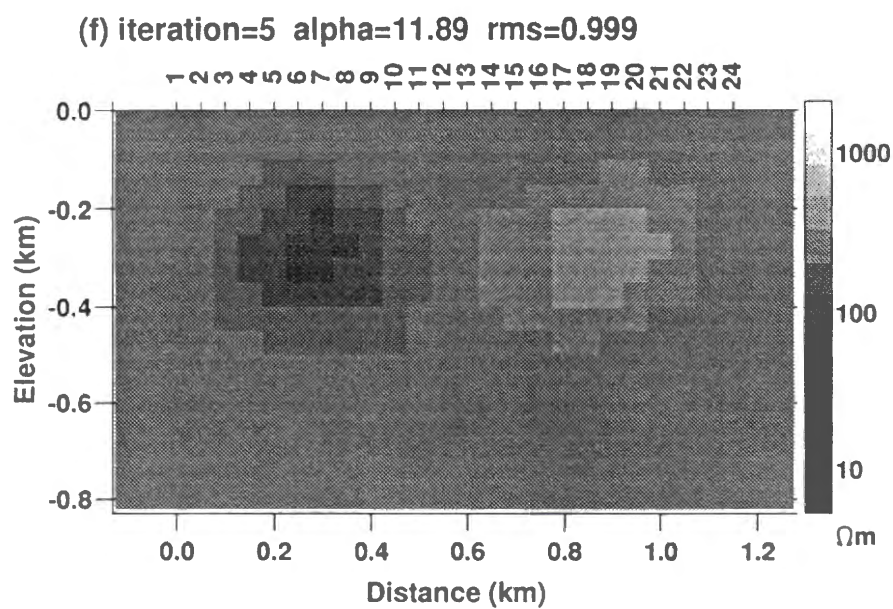
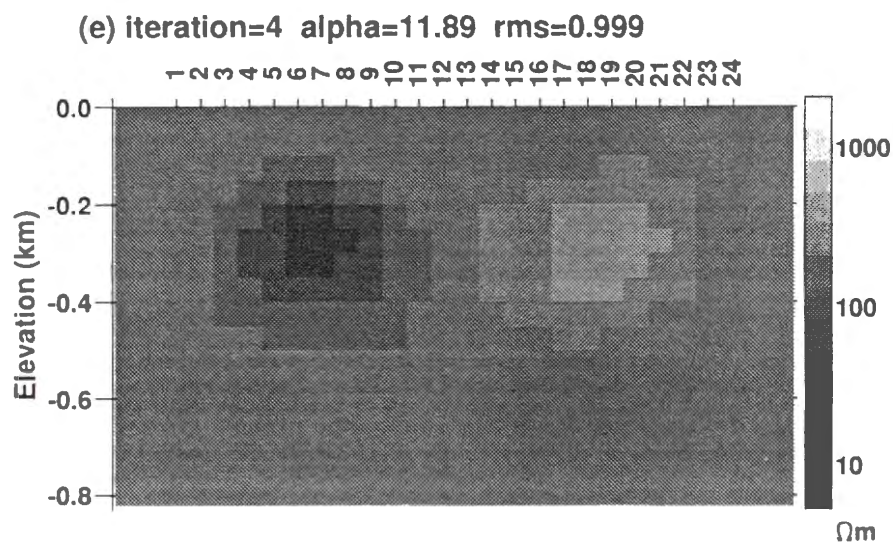
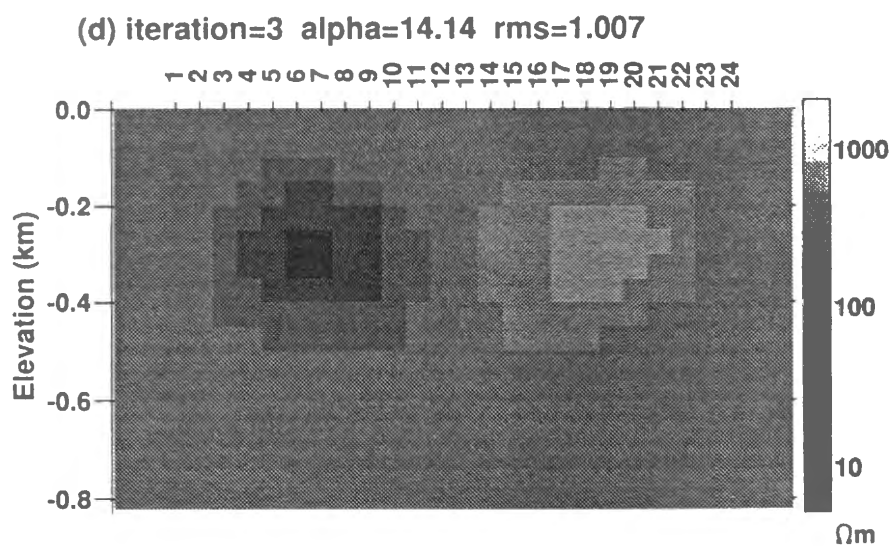


第3.6図 TMモード・インバージョンにおける諸量の変化。(a) 平滑パラメタ、(b) ABIC、(c) rms残差、(d) u-rms残差、および、(e) パラメタの修正量。

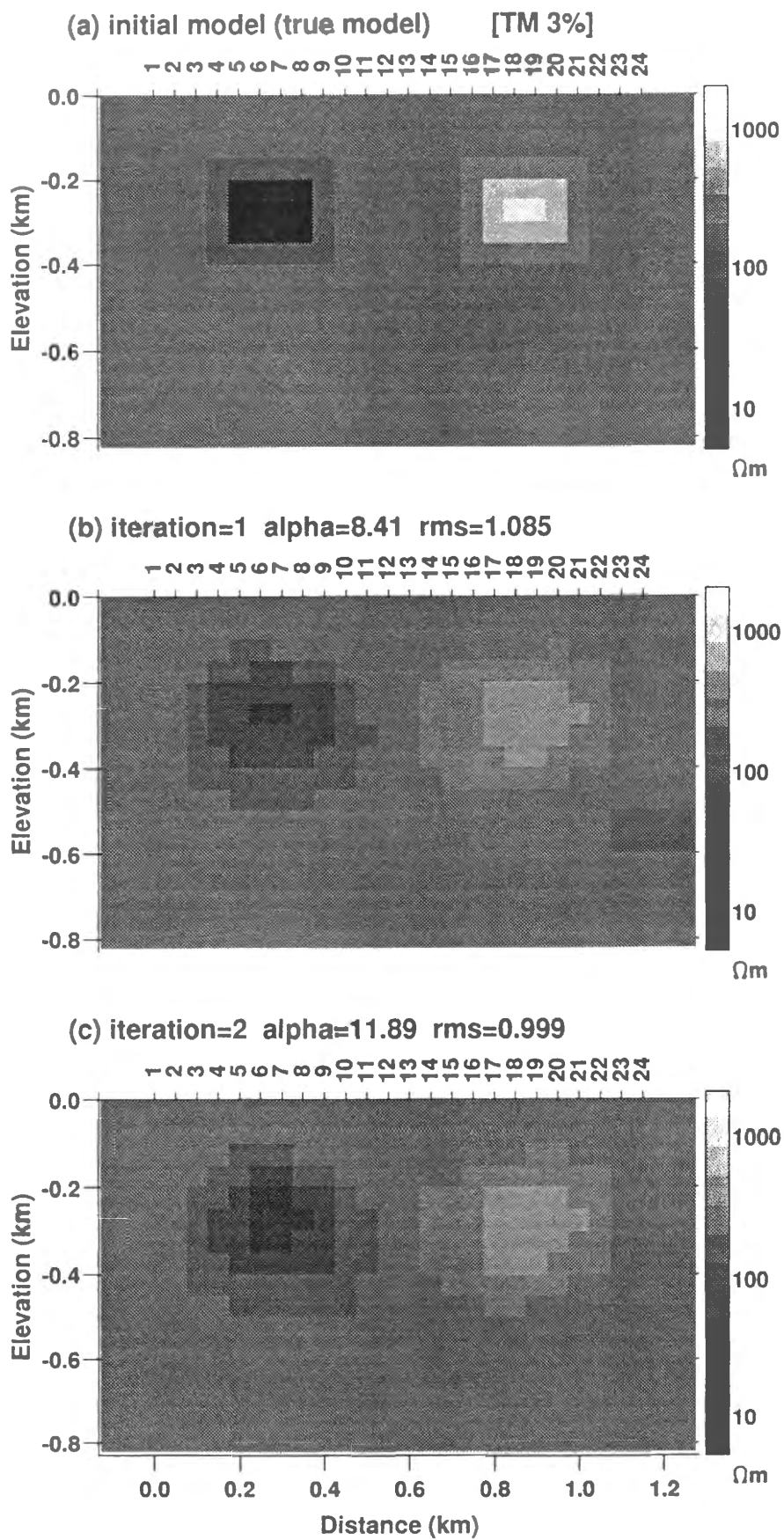


第3.7図 3%ノイズのTMモード・インバージョンについて、1000  $\Omega \cdot m$  の均質大地を初期モデルとしたときの各反復におけるモデル。5回の反復ではほぼ収束した。(f)は第3.4b図と同一。



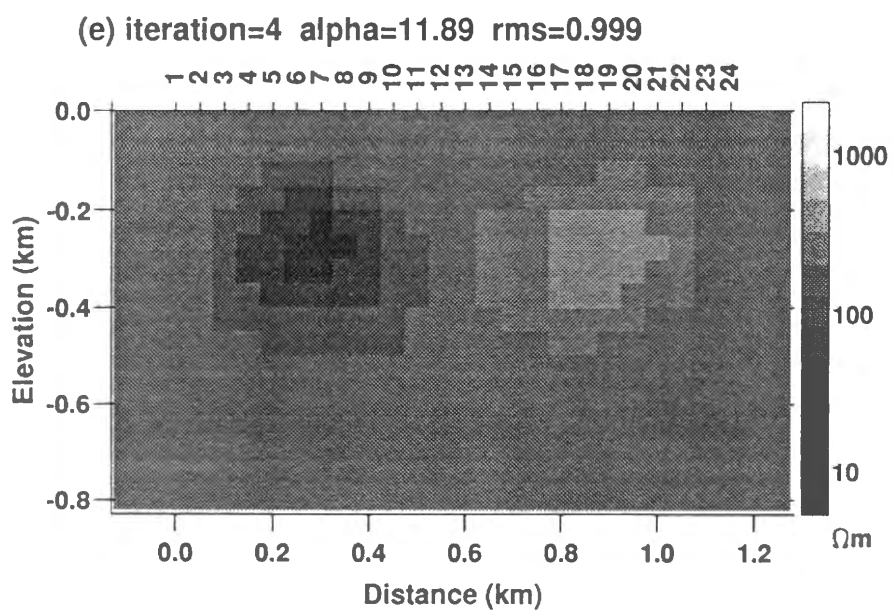
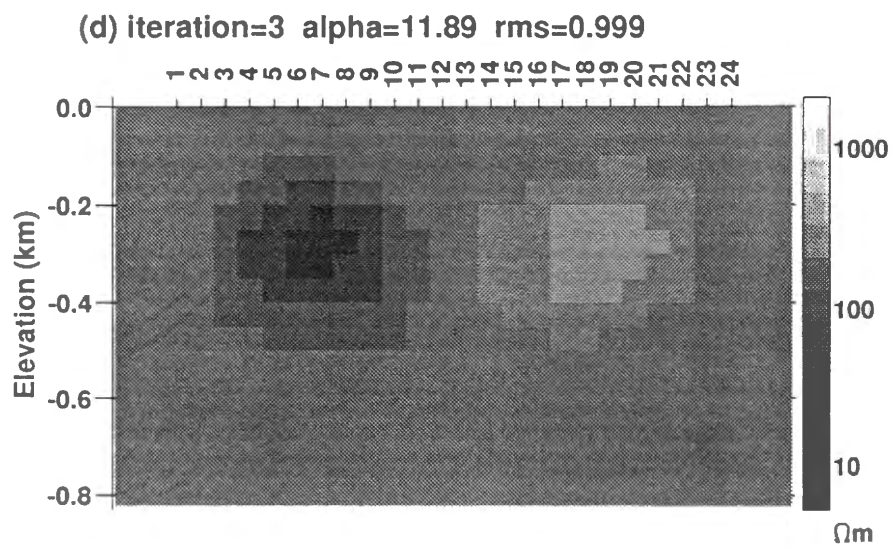


第3.7図 (続き)

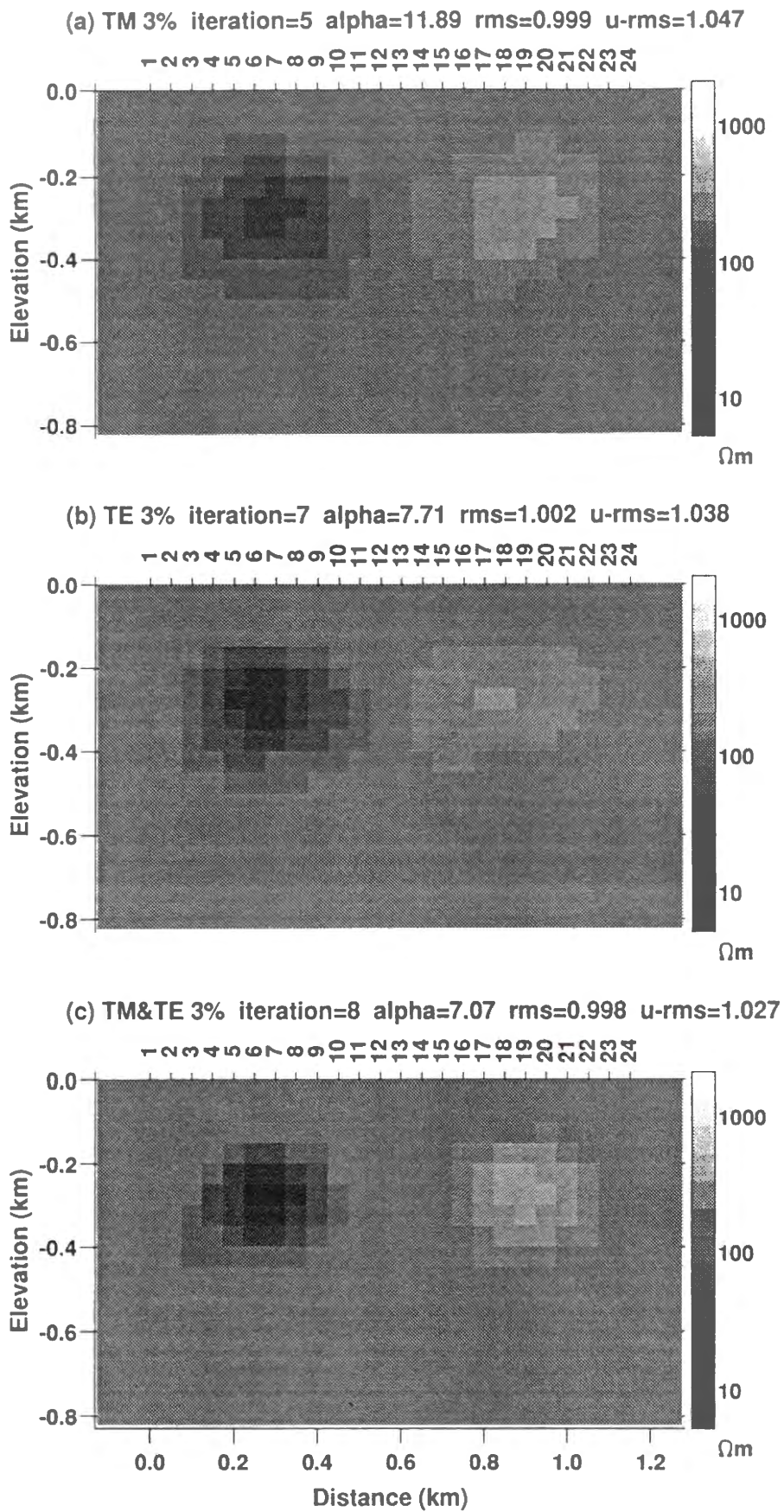


第3.8図 3%ノイズのTMモード・インバージョンについて、真のモデル（第3.1図）を初期モデルとしたときの各反復におけるモデル。3回の反復ではほぼ収束した。

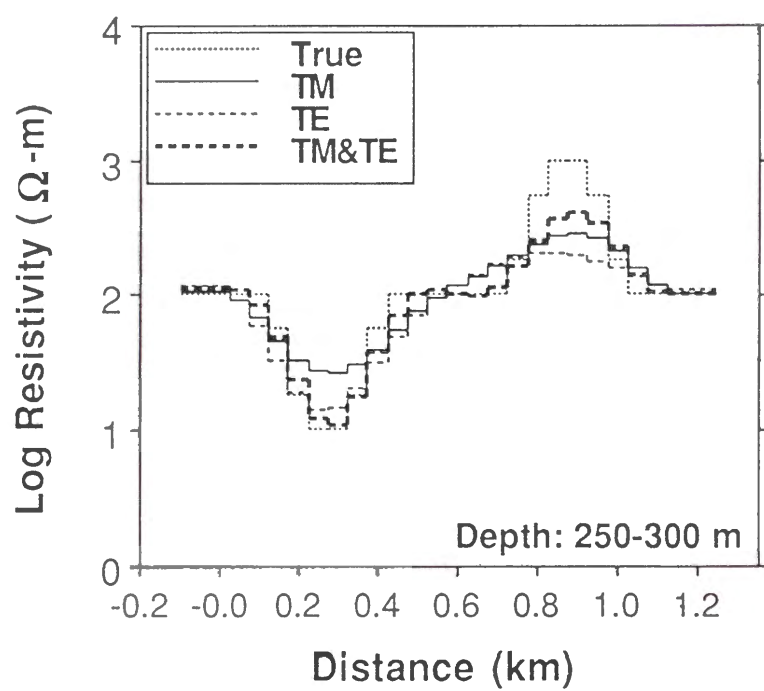




第3.8図 (続き)

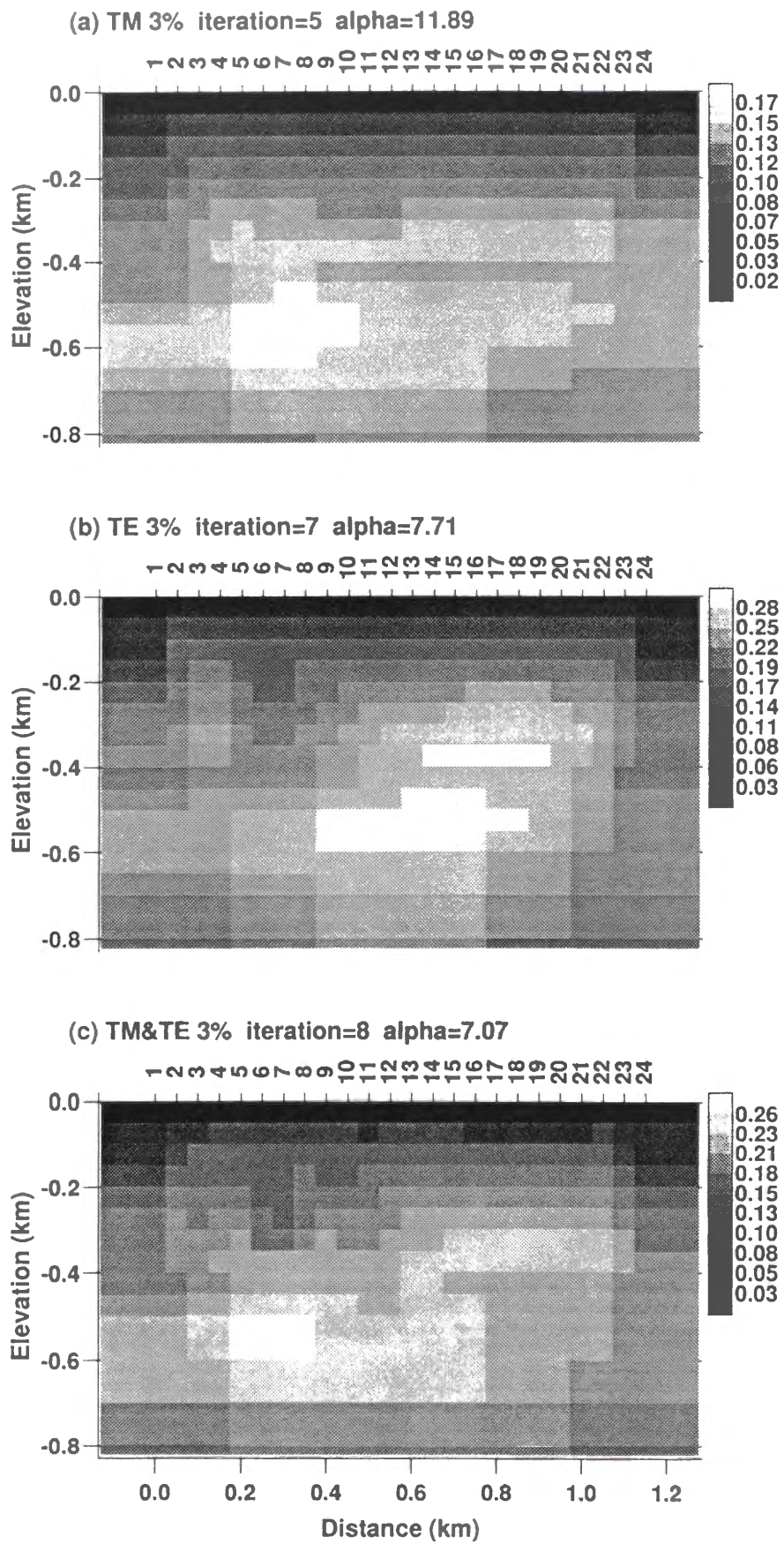


第3.9図 3%ノイズのデータについて、(a) TMモード、(b) TEモード、および、(c) 両方のモードによるインバージョン結果。(a) は第3.4b図と同じ。

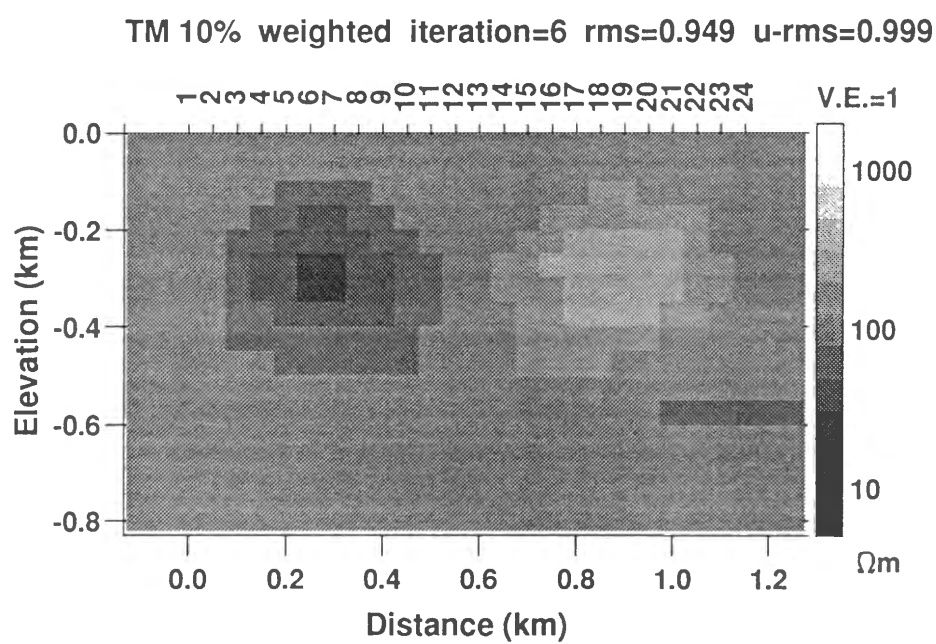


第3.10図 第3.9図の比抵抗モデルにおける深さ250～300mのブロックの比抵抗プロファイル。真のモデル (True) を点線で示す。





第3.11図 第3.9図に示すモデルのパラメタの信頼区間。自然対数の標準偏差で示す。



第3.12図 10%ノイズのTMモード・データについて、個々のデータの数値ノイズに相当する重みを与えたときのインバージョン結果。Noise floor を1%とした。

### 3.3 比抵抗トモグラフィ

#### 3.3.1 モデルとデータ

均質大地中に1つのプリズム異常体が存在するという2次元モデル (Model-1) を用いる (第3.13図)。異常体の比抵抗は $10 \Omega \cdot \text{m}$ 、バックグラウンドの比抵抗は $100 \Omega \cdot \text{m}$ である。坑井を利用する測定を想定し、2本の坑井と地表に計31個の電極を配置する。電極配置はポール・ダイポール配置 (第2.1c図) を基本としたが、電流ポールと電位ダイポールが2本の坑井に分かれて受信電位が零に近くなるときにはダイポール・ダイポール配置 (第2.1b図) とした。ダイポール長はすべて20m、データ数は436である。

有限要素法の要素数は $80 \times 50 \times 2$ であり、解析の対象領域では一辺5mの正方形を2分した三角形要素を用いている。3次元電流場を計算するためのフーリエ逆変換は波数16個の数値積分によった。均質媒質に対するフォワード計算のエラーは436個のデータのうち、約10個が2~3%、それ以外は2%以下であった。プリズム異常体を含むモデルの見掛け比抵抗を計算するとき、この数値エラーに基づく補正を行った。第3.13図のモデルから計算される見掛け比抵抗に標準偏差3%の正規分布ランダムノイズを加え、測定値と見なしてインバージョンを行った。

#### 3.3.2 インバージョン

地下媒質をブロックに分割し (第3.13図)、それらの比抵抗を未知数とする。ただし、図に示すように、探査領域の外側には左右に各1個、下部に2個の大きなブロックを置いた。ブロック数は基本的には164であるが、さらに細かい分割 (564ブロック) も試みた。データ  $d$  および応答  $F(m)$  には見掛け比抵抗を用いた。見掛け比抵抗およびブロックの比抵抗は自然対数領域で扱い、さらに、それらに関連するrms残差、ヤコビアン行列などもすべて自然対数領域で計算した。(2-7)式における逆行列の演算には特異値分解を用いた。初期モデルは $100 \Omega \cdot \text{m}$ の均質大地とし、(2-5)式の行列  $C$  には2次元ラプラシアンを用いた。(2-7)式によるインバージョンは比抵抗分布そのものを平滑化するので、インバーショ

ンの結果は均質大地初期モデルの比抵抗にはほとんど依存しない。

一般に、比抵抗法の現地測定では測定誤差を定量的に算出することは少ないので、重みつきインバージョンが適用されることはまれである。ここでは行列  $W$  の対角成分をすべて 1 として、すべてのデータに均等の重みを与えることにした。

反復毎にABICを最小にするインバージョンと残差二乗和を最小にするインバージョンを行った。前者をABICインバージョン、後者をFitnessインバージョンと呼ぶことにする。それぞれ最小値の推定は黄金分割探索法によった。1 回の反復修正あたり 8 個の平滑パラメタについてABICあるいは残差二乗和を求めることにした。できるだけ少ない探索回数で最小点を十分な精度で判定できるように、初回の探索がカバーする平滑パラメタの範囲を約1.2桁とした。また、反復修正が進むにつれ、前回の反復における最適パラメタに応じて探索範囲をシフトさせるようにした。1 回の反復当たり 8 個の平滑パラメタを試すので、その数だけフォワード計算を行う必要がある。

### 3.3.3 インバージョン結果

ABICインバージョンおよびFitnessインバージョンによる 2 次元解析結果を第3.14図に示す。第3.14c図はブロックの分割数を倍 (564ブロック) にしたときのABICインバージョンの結果である。また、各反復における、平滑パラメタに対する残差二乗和の変化を第3.15図に示す。さらに、平滑パラメタ、rms残差、ラフネス、ABICおよびパラメタ修正量の反復が進むにつれての変化を第3.16図に示す。564ブロックのときのABICインバージョンの残差は164ブロックの場合とほとんど一致するので、164ブロックのものだけを示した。

第3.15図によると、ABICあるいは残差二乗和を最小にする平滑パラメタは反復の初めころは大きい値であり、反復が進むにつれて小さくなることがわかる。また、今回用いたモデルの場合、ABICを最小にする平滑パラメタは残差二乗和を最小にするそれより少し大きい。つまり、残差二乗和を最小にする平滑パラメタではスムーズさに欠ける比抵抗モデルが得られ、そのモデルのABICは最小値にならない。それより少し大きな

平滑パラメタを用いる方が残差二乗和の小ささと比抵抗分布のスムーズさのバランスが保たれ、ABICを最小にすることができる。従って、この例ではABICインバージョンの方がFitnessインバージョンより常に大きな平滑パラメタが選択される(第3.16a図)。

ブロックを細かくした場合と粗い場合のABICインバージョンを比べる。同じ滑らかさを有するモデルにおいて、(2-5)式右辺の残差項とラフネス項のバランスを保つために、ブロックを細かくした場合大きい平滑パラメタが必要になる。第3.16a図からわかるように、564ブロックのモデルにおいて選択された平滑パラメタは、164ブロックのモデルの場合よりほぼ2倍の大きさを保っている。ブロックの大きさ(辺の長さ)が半分になりブロック数が4倍になれば、最適な平滑パラメタは2倍になる。

通常の測定では測定値に含まれる誤差はわからないので、rms残差がどの程度まで小さくなれば十分収束したと見なせるかは難しい問題である。この数値実験では与えた正規ノイズの標準偏差は3%とわかっており、それはrms残差を自然対数で表現して0.0296に相当する。モデルの残差がそれ以下になったときに反復を止めればよい。第3.14b図に示したFitnessインバージョンのモデルはそうようにして反復を5回で止めたときのものである。Fitnessインバージョンでは反復をさらに継続したとき、最適な平滑パラメタはさらに小さくなり、rms残差も少しずつ減少するので、一見さらにモデルが改善されるかのように思える。しかし、同時にラフネスが急激に大きくなり(第3.16c図)、それによって得られる比抵抗モデルは非常にラフな現実的でないものになってしまう。つまり、オーバーフィッティングの状態に陥いることがわかる。そのとき、ABICも増加する傾向になっている(第3.16d図)。Occam'sインバージョンでは測定誤差が既知であることが前提なので、重みつきrms残差が1に近くなれば反復終了の判断ができる。

それに対し、ABICインバージョンでは、rms残差は7回目の反復以降大きくなる傾向に転じ、それ以上反復を進めても意味のないことが明確である。このときABICはまだ減少を続けるが、その減少量は反復あたり5以下と小さい。第3.14a図にはrms残差が増加に転ずる直前の比抵抗モデルを示した。また、第3.16e図に示したパラメタの修正量を3つのケースについて比較すると、ABICインバージョンとFitnessインバージョンで3回



目の反復から修正量に差が見られ始め、Fitnessインバージョンでは大きな修正を繰り返しながらrms残差を小さくする方向にインバージョンが進行することがわかる。

これらのことから、一般に、反復が進むにつれてrms残差の減少は緩やかになるが、そのときABICの減少も緩やかであればインバージョンは収束に達したと判断される。また、ABICインバージョンの方がパラメタの更新が緩やかに進み、オーバーフィッティングの状態に陥る危険が少ないと言える。

3%正規分布ノイズを加えた場合、最終的に得られた比抵抗モデルはABICインバージョンとFitnessインバージョンでそれほど違いはなかった。第3.14図に示したモデルが得られた時点の最適平滑パラメタは、164ブロックのABICインバージョンでは0.0263、Fitnessインバージョンでは0.0217、564ブロックのABICインバージョンでは0.0568である。

(2-13)式で示されるABICはパラメタ数 $M$ に直接は依存しない量である。また、ABIC最小化法をMT法の1次元インバージョンに適用した例（Mitsuhata, 1994）では、パラメタ数をデータ数より大きくしたとき、収束時のABICの値はパラメタ数に依存せず一定になるとされる。ブロックの細かさがインバージョン結果に与える効果について第3.14図の(a)と(c)を比べると、最終的なABICは粗いブロックの方が小さい。その観点からは第3.14a図の方がいいモデルということになるが、第3.14c図の方がスムーズな比抵抗分布をしているのを見ると、元の比抵抗モデル(第3.13図)を表すのに第3.14c図の方が尤もらしいと言える。2通りのブロックサイズを試しただけであるが、データ数に比べパラメタ数がそれほど大きくならない範囲では、ブロックサイズが異なるモデルから計算されるABICを比較するとき、単純な大小関係ではモデルの優劣を比較できない。

### 3.3.4 パラメタの精度

564ブロックのABICインバージョンによって得られた比抵抗モデル(第3.14c図)のパラメタの標準偏差を第3.17図に示す。このとき、行列 $W$ の対角成分はすべて1であり、平滑パラメタは0.0568である。(2-7)式の計算は特異値分解によっており、最大および最

小の特異値の比は  $10^3$  程度であり、フルランクの演算を行った。パラメタの標準偏差はデータの測定誤差やヤコビアン行列だけでなく、平滑化のための行列にも依存するため、選択された平滑パラメタによって異なった値になる。電極系から離れるにつれてパラメタの標準偏差（信頼区間）は大きくなり信頼性が低下する。従って、信頼区間の大きい場所に比抵抗異常が存在するとき、それに対する探査能力は弱くなる。対象領域の外側のブロックは、サイズが大きいため信頼区間が小さく、比抵抗は精度良く求められていることがわかる。

### 3.3.5 測定誤差の影響

数値ノイズの標準偏差を3%のほか、1%および10%としたときについてもインバージョンを行った。ただし、ランダムノイズの数値は標準偏差3%のものを単純に1/3あるいは3.3倍にただけであり、3%のときに大きなノイズを与えられたデータは1%および10%でも大きなノイズを与えられることになる。

第3.18図に1%、3%および10%の数値ノイズのときのABICインバージョンの結果を示す。また、選択された平滑パラメタを第3.19図に示す。図示はしないが、Fitnessインバージョンで選択される平滑パラメタは数値ノイズの大きさを変えてもほとんど変化しない。また、それは、標準偏差1%のときのABICインバージョンにおける平滑パラメタとほとんど同じである。つまり、Fitnessインバージョンはラフネスを無視して残差だけを最小化しようとするが、残差を最小にする平滑パラメタは数値ノイズの大小にほとんど依存しないと言える。

測定誤差が小さいとき、ABICインバージョンはFitnessインバージョンとほぼ同じ経過をたどることから判断し、データの信頼性が高く残差を小さくできる場合、ABIC最小化は残差最小化に重点が置かれる傾向が強いことがわかる。測定誤差が大きくなるにつれて、ABICインバージョンとFitnessインバージョンの差は広がり、ABICインバージョンでは大きな平滑パラメタが選択されて、残差最小化の重みが減少し、よりスムーズな比抵抗モデルができるようになる。標準偏差3%まではABICインバージョンとFitnessイ

ンバージョンで最終的なモデルに見かけ上それほど大差はない。しかし、誤差がそれより大きくなると差は明瞭になり、ABICインバージョンはスムーズなモデルを作る。ただし、測定誤差が10%まで大きくなるとスムーズ過ぎるモデルになり、10  $\Omega \cdot m$ の異常の部分は100  $\Omega \cdot m$ の初期モデルから始めて約35  $\Omega \cdot m$ までにしか戻らない。それとは対照的に、Fitnessインバージョンはラフ過ぎて全く現実的でないモデルを作る。

標準偏差3%の数値ノイズを与えたとき、ABICインバージョンの結果として得られたモデルによる見掛け比抵抗の残差と与えた数値ノイズの関係を第3.20図に示す。残差は与えた数値ノイズと強い相関があることがわかる。すなわち、数値ノイズによって測定値がバイアスを受けたことは、インバージョン後のモデルの大局的構造にそれほど強い影響を与えないと言える。しかし、第3.20図の分布が傾き1の直線ではなく、ある幅を有する楕円になっているのは、細かなところで元のモデルを再現できなかったためと言える。

次に、与えた数値ノイズがわかっているとして、バイアス量を個々の測定誤差の標準偏差として重み行列  $W$  を作り、(2-7)式の重み付きインバージョンを試みた。バイアス量が1%以下のデータについては強制的に標準偏差を1%とした。ABICインバージョンの結果を第3.21図に示す。1%以下の誤差を強制的に1%としたため、インバージョンが安定した段階でのrms残差は1より少し小さくなった。得られた比抵抗モデルは第3.14図の2つのABICモデルよりスムーズで、坑井の外側に見られた小さな偽造が消えている。第3.21図のモデルによる見掛け比抵抗の残差と与えた数値ノイズの相関を第3.22図に示す。重みをすべて1にしたインバージョンによる相関より、重み付きインバージョンの方が傾き1の直線に近い相関を有する。ここでは図示しないが、標準偏差10%の数値ノイズを与えて重み付きインバージョンを行った場合も、重み1のインバージョンよりはるかに元の構造に近いモデルが得られる。このことは、もし、実際の現場測定でも測定誤差に関する正しい情報を得ることができれば、インバージョンの信頼性が高まることを意味する。

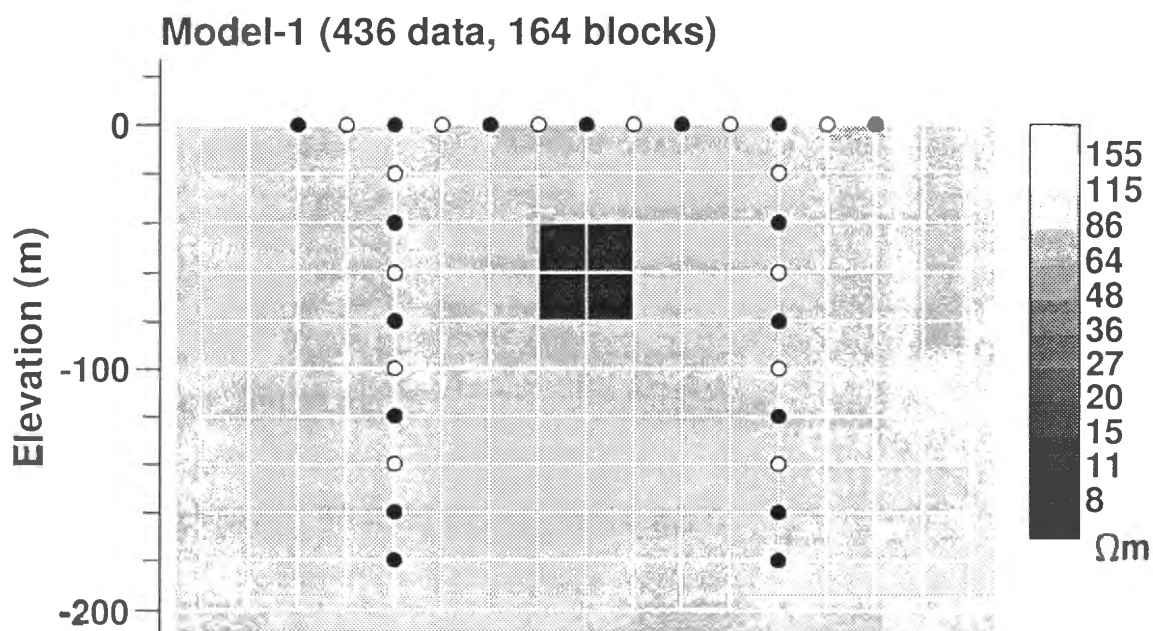
### 3.3.6 異常の検出能力

ここまではプリズム異常体が比較的浅部にある場合の数値実験であったが、異常体をもっと深い場所にある場合や、坑井の外側にある場合の比抵抗トモグラフィの探査能力について述べる。

第3.13図と同じ大きさの低比抵抗異常体が坑井の深度と同じ程度の深さに存在するモデル (Model-2) を第3.23a図に示す。異常体の位置が異なる以外、その他の設定は第3.13図のものと同一である。異常体の比抵抗は $10\ \Omega\cdot\text{m}$ である。このモデルから計算される見掛け比抵抗値に標準偏差1%および3%の数値ノイズを与えたものを測定値と見なしてインバージョンを行った。ブロック数は164であり、手順はModel-1の場合と同じである。

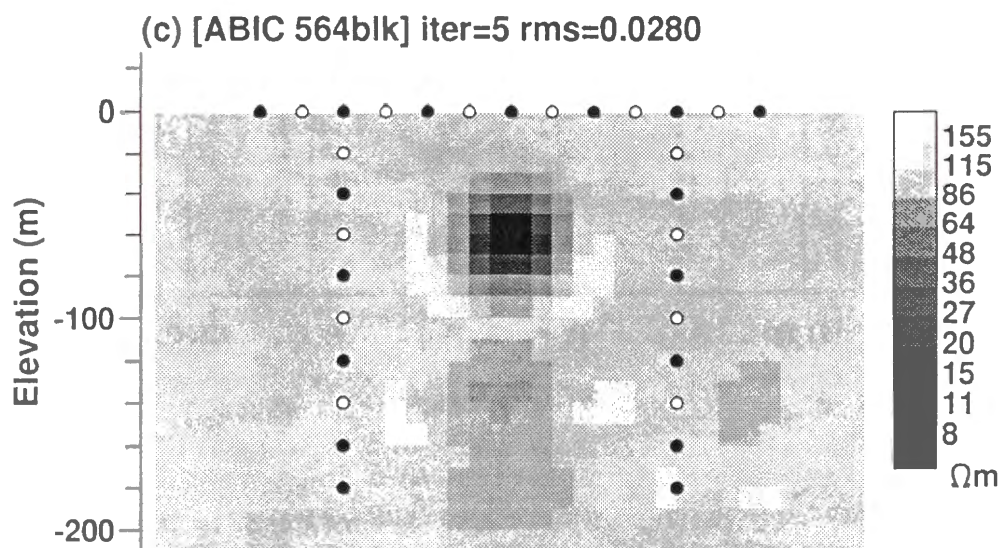
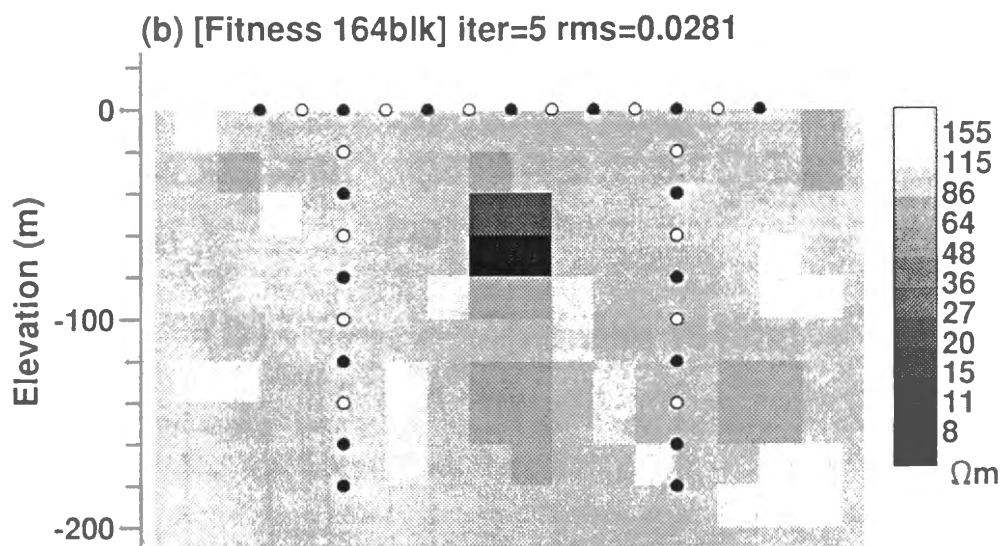
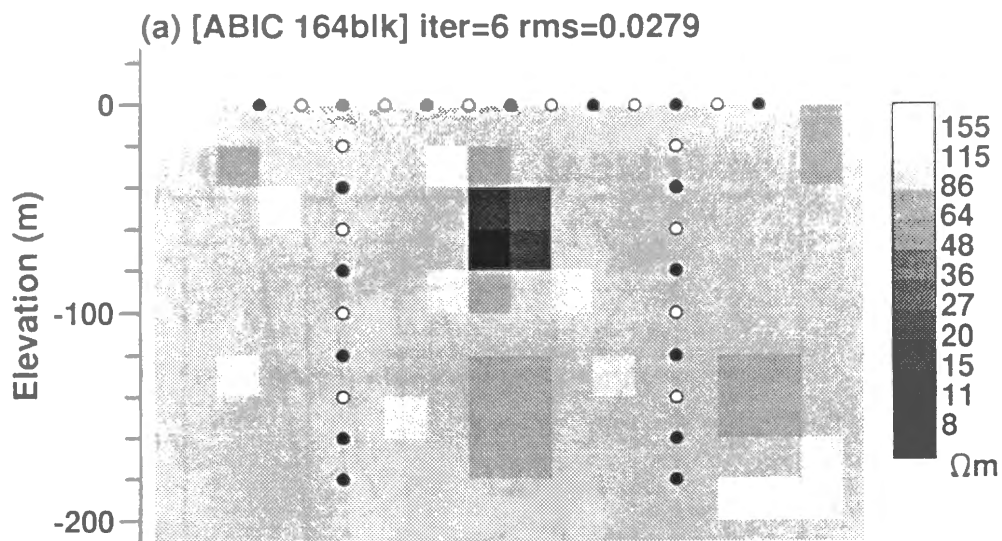
得られた比抵抗モデルを第3.23b図と第3.23c図に示す。異常体が浅いときのモデル (第3.14a図、3%ノイズ) に比べると、異常体の比抵抗はあまり再現されていない。1%ノイズのモデルでも、異常体の比抵抗は約 $40\ \Omega\cdot\text{m}$ までしか再現されていない。第3.17図に示したパラメタの信頼区間を見ても、坑井間の深い部分は比抵抗の決定精度が最も悪いところである。ここに異常体があるとき、比抵抗トモグラフィの探査能力は悪くなる。

次に、比抵抗 $10\ \Omega\cdot\text{m}$ の異常体が坑井の外側にあるモデル (Model-3) を第3.24a図に示す。計算の条件は第3.23図と同じである。3%の数値ノイズを与え、インバージョンを試みた。電極をすべて用いる場合と、坑井の外側の地表電極を用いない場合についての結果を第3.24b図と第3.24c図に示す。両方のモデルとも、異常体の形状を比較的よく再現している。ただし、異常体の左端の境界は検出が難しく、この例では解析対象領域の左右の外側に大きなブロックを置いていることに助けられ、左側の大きなブロックの右で低比抵抗部が途切れた格好になっている。坑井の外側の地表電極がなくても、坑井の外側近くの異常体であれば十分に検出可能であることがわかる。

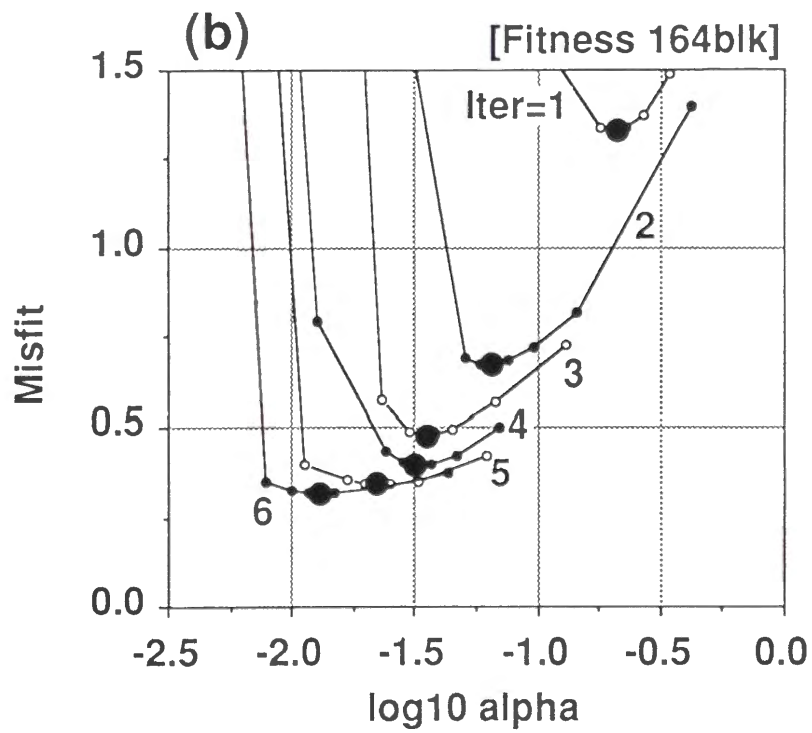
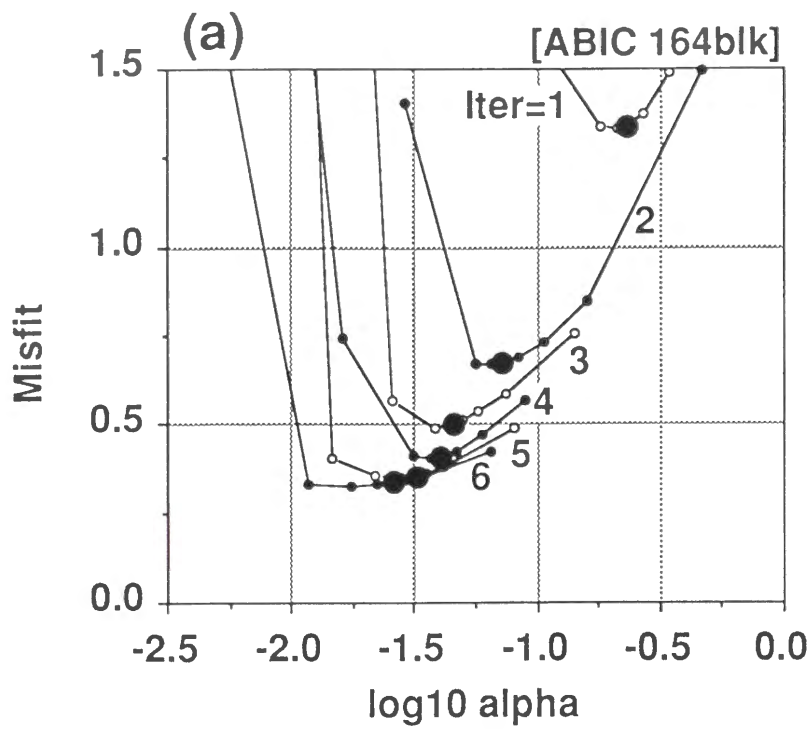


第3.13図 比抵抗トモグラフィの数値実験に用いた2次元比抵抗モデル (Model-1)。100  $\Omega \cdot \text{m}$  の均質大地に10  $\Omega \cdot \text{m}$  のプリズム異常がある。このモデルから計算される見掛け比抵抗に正規分布ノイズを与えて測定値とした。電極配置は基本的にポール・ダイポール配置であり、黒丸は電流と電位電極に用いた電極、白丸は電位電極に用いた電極を表す。データ数は436である。インバージョンに用いたブロック (164個) の境界を白線で示す。

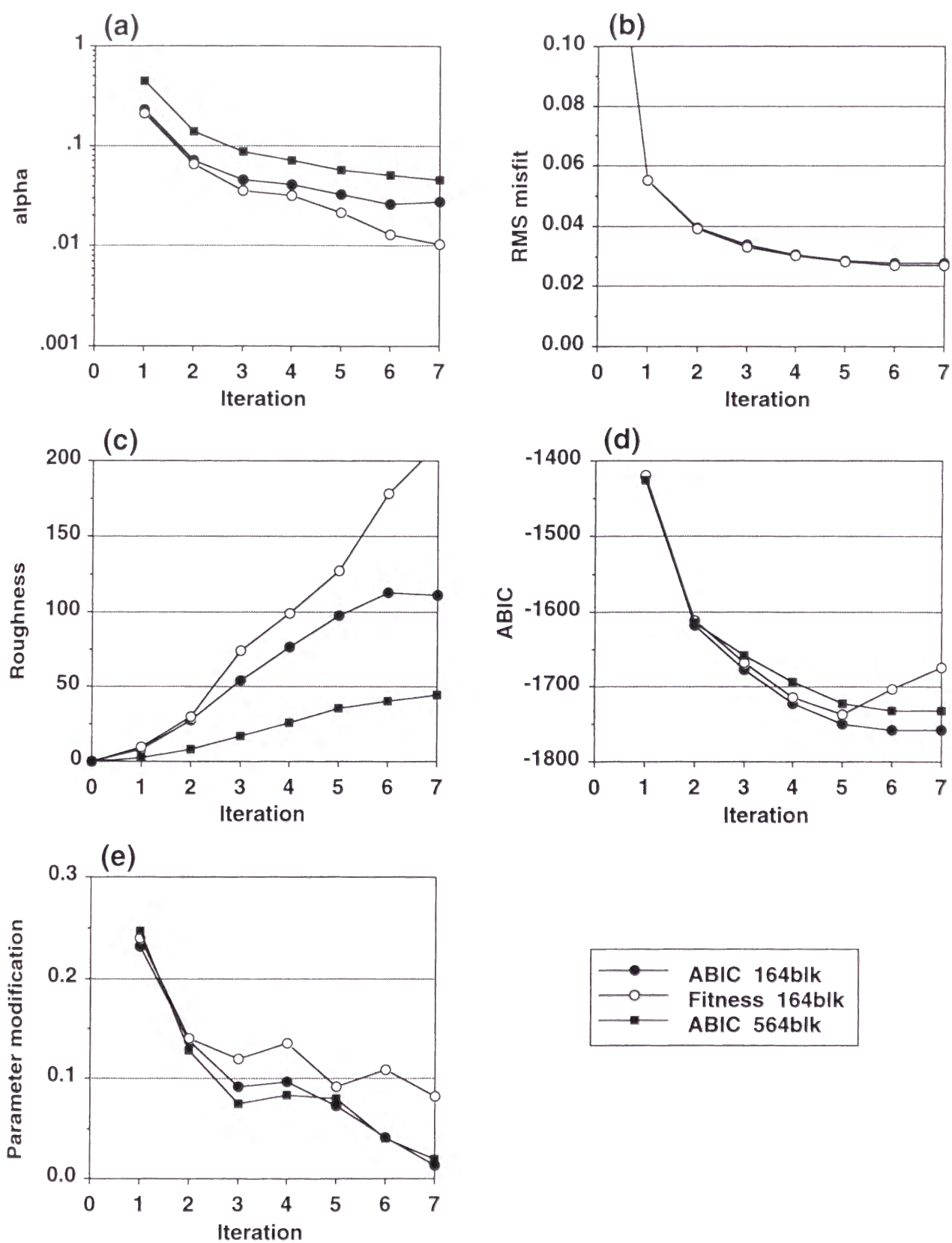




第3.14図 インバージョンによって得られた比抵抗モデル、(a) 164ブロックのABICインバージョン、(b) 164ブロックのFitnessインバージョン、および、(c) 564ブロックのABICインバージョン。データには3%の数値ノイズが与えられている。初期モデルは $100 \Omega\cdot\text{m}$ の均質大地。



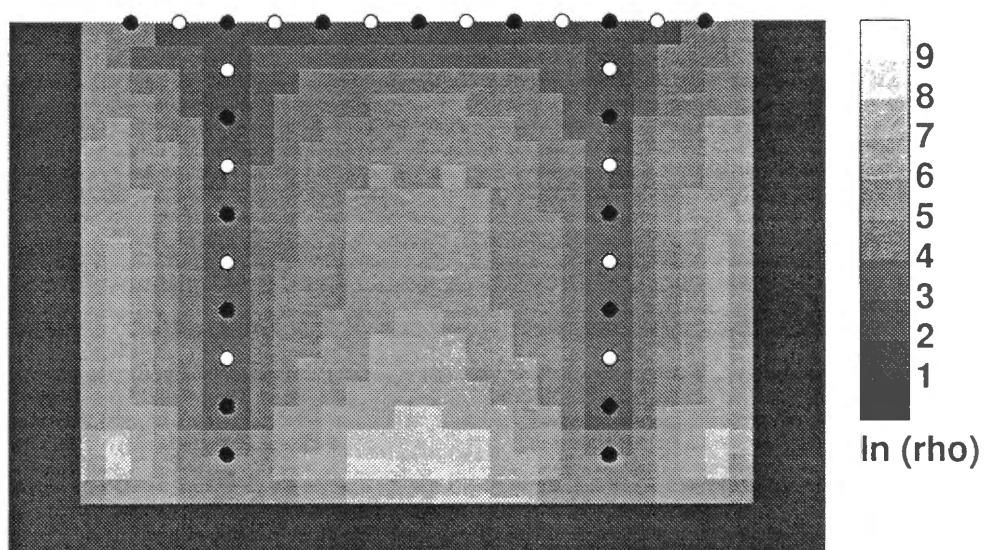
第3.15図 各反復における残差 $S$ と平滑パラメタの関係。(a) 164ブロックのABICインバージョンおよび (b) 164ブロックのFitnessインバージョン。大きな黒丸は選択された平滑パラメタを表す。



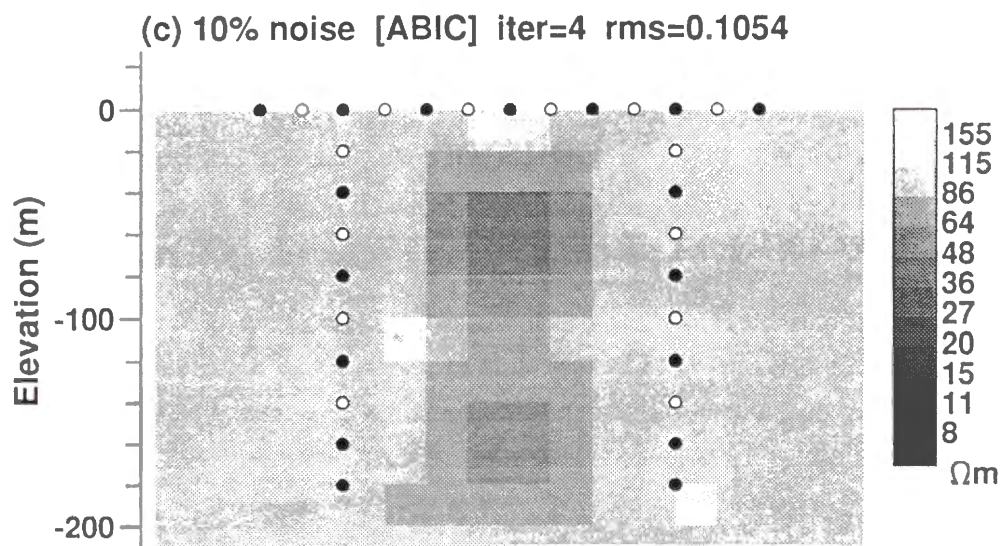
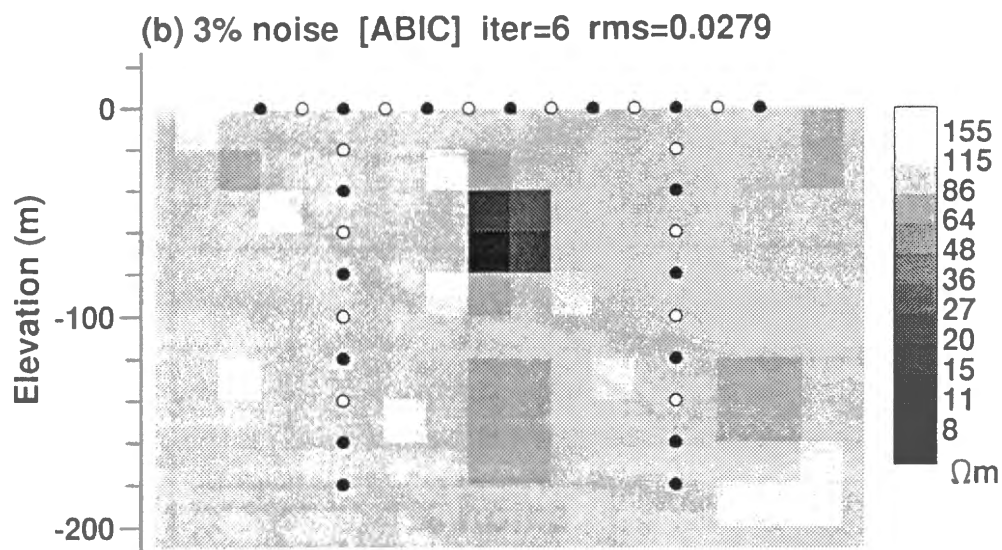
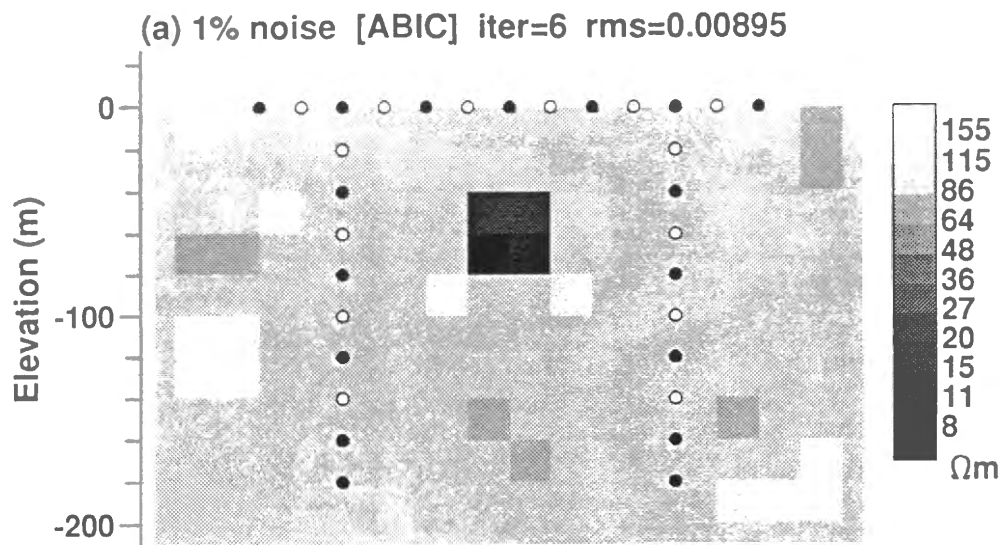
第3.16図 第3.14図のインバージョンにおける諸量の変化。(a) 平滑パラメタ、(b) rms残差、(c) ラフネス、(d) ABIC、および、(e) パラメタの修正量。



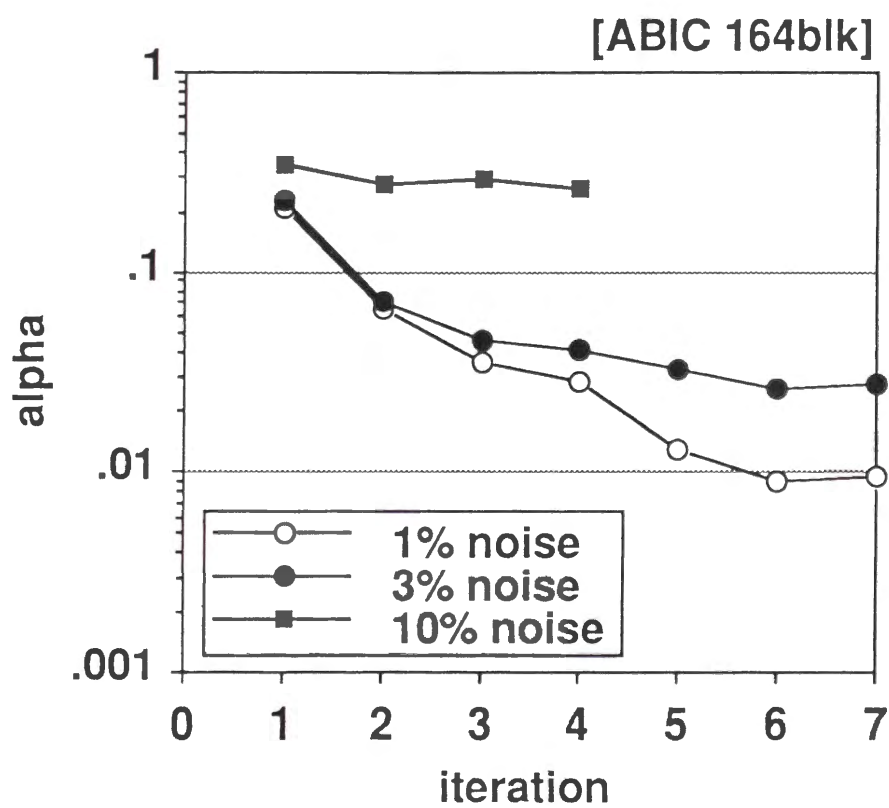
### [ABIC 564blk] Confidence Limit



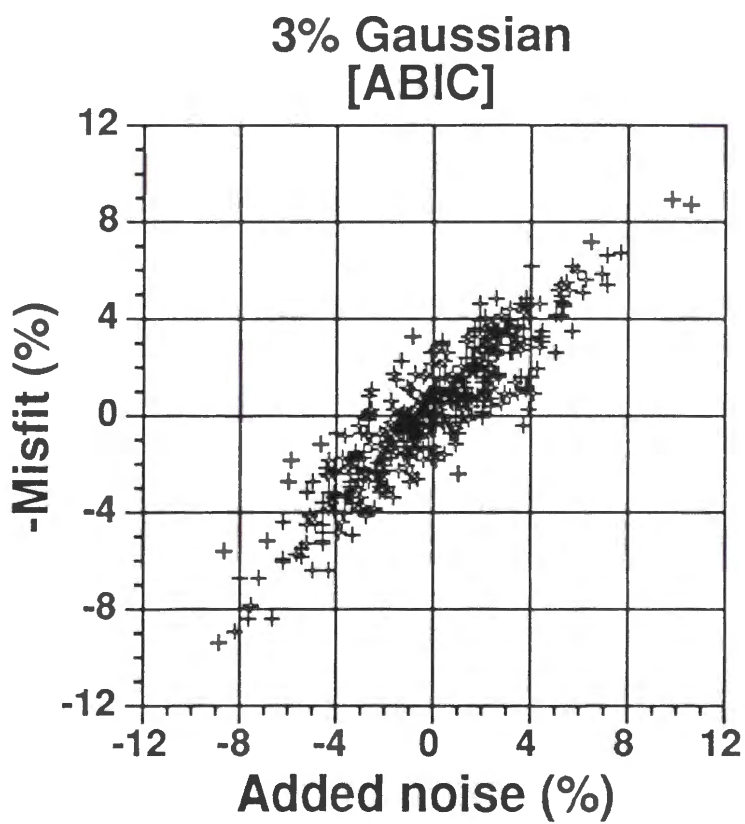
第3.17図 564ブロックのABICインバージョン (第3.14図c) におけるパラメタの信頼区間。自然対数の標準偏差で示す。



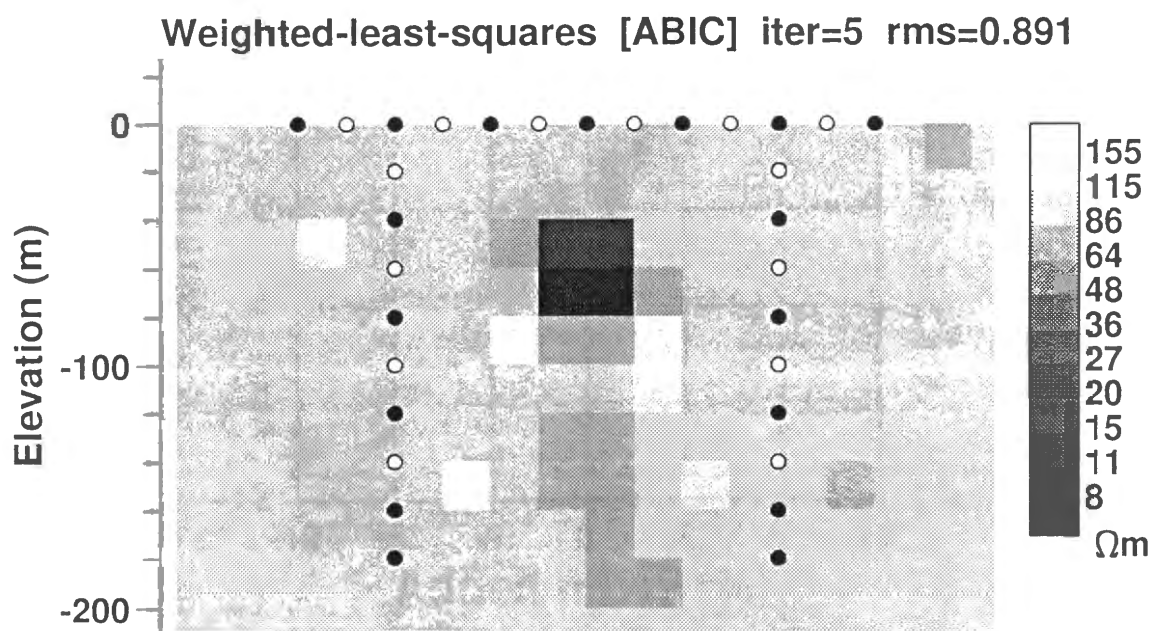
第3.18図 数値ノイズを変えたときのABICインバージョンによる比抵抗モデル。(a) 1%ノイズ、  
(b) 3%ノイズ (第3.14a図と同じ)、および、(c) 10%ノイズ。ブロック数は164。



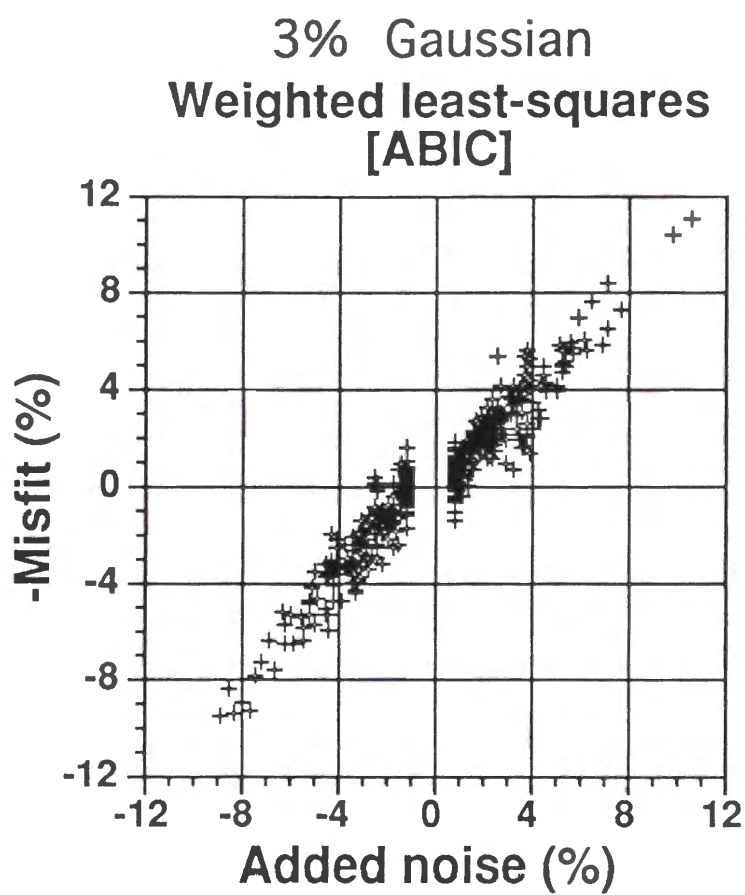
第3.19図 第3.18図のインバージョンにおける平滑パラメタの変化。



第3.20図 3%ノイズのABICインバージョン（第3.14a図）における数値ノイズと残差との相関。

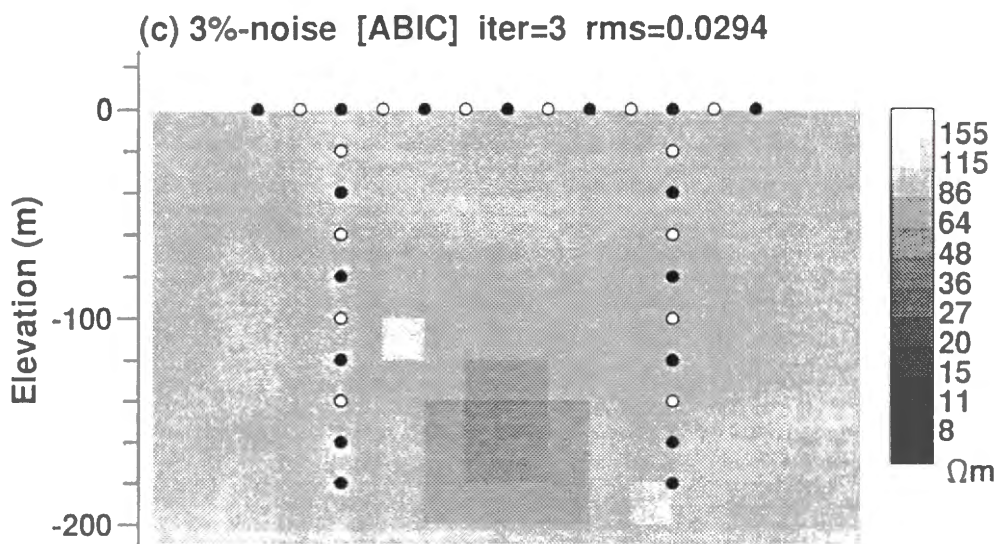
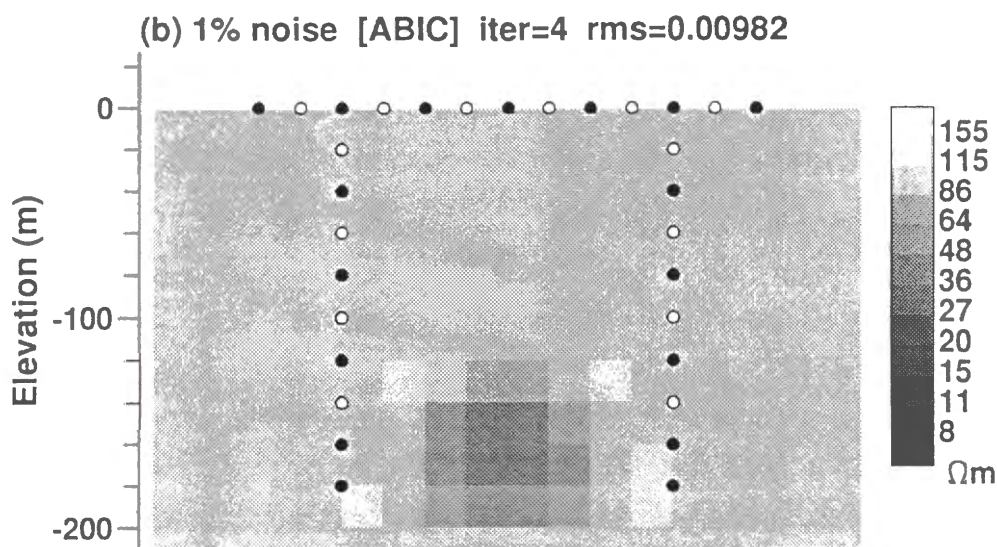
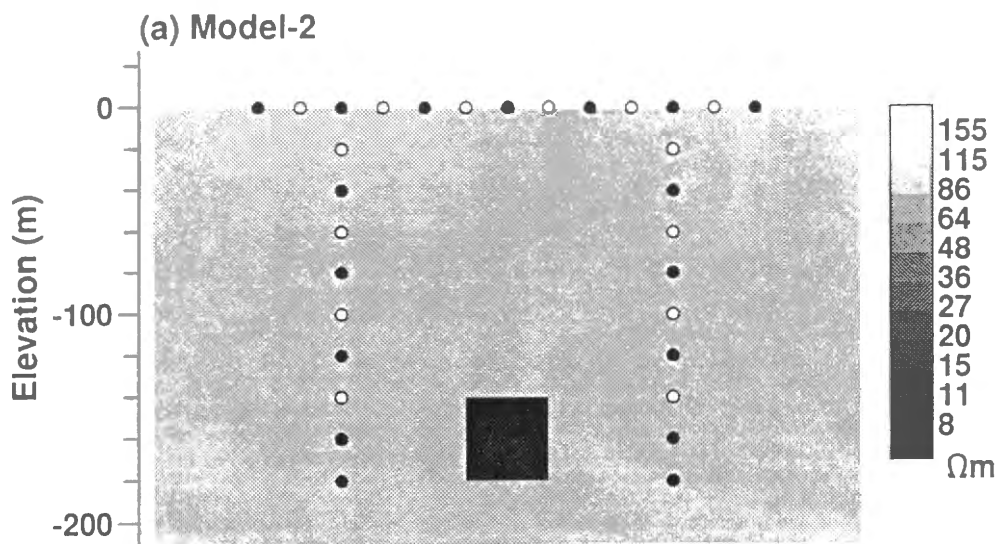


第3.21図 3%ノイズについて、個々のデータの数値ノイズに相当する重みを与えたときのインバージョン結果。Noise floor は1%、ブロック数は164である。



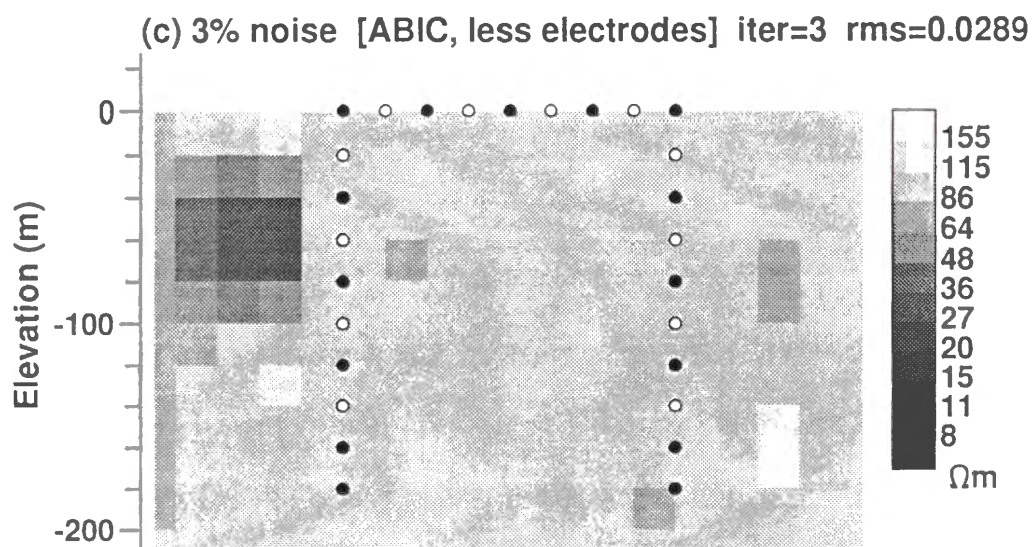
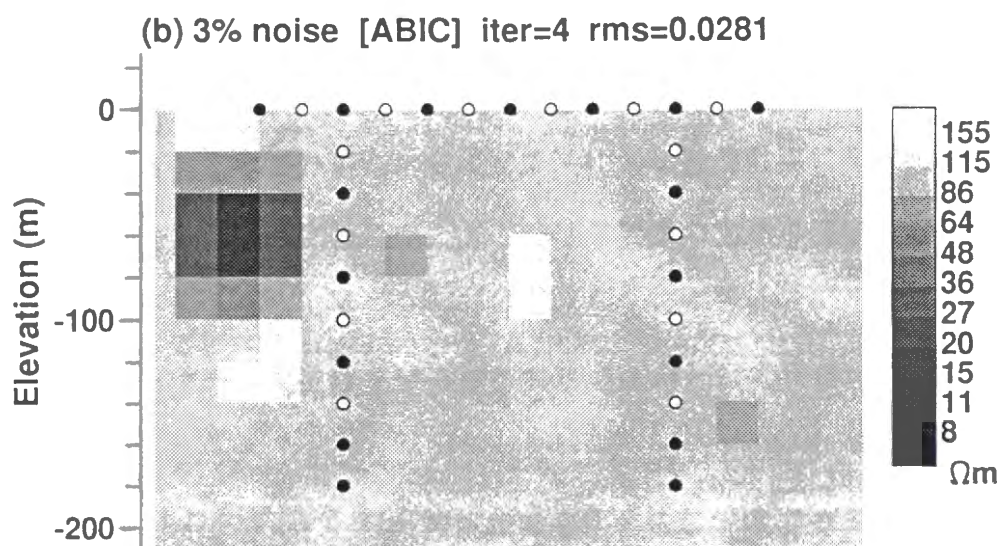
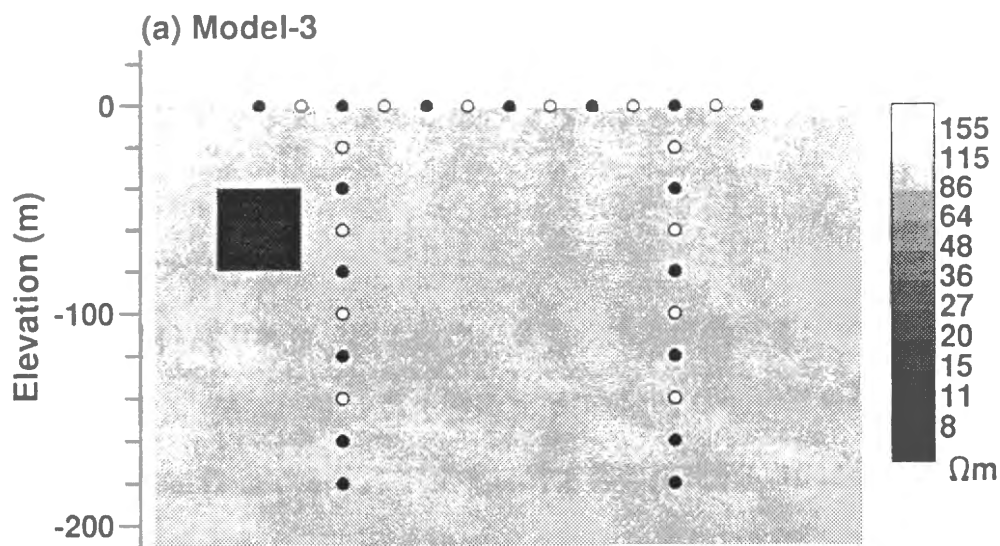
第3.22図 第3.21図のインバージョンにおける重み（数値ノイズ）と残差との相関。





第3.23図 プリズム異常が深部に存在する場合の数値実験結果。(a) 2次元比抵抗モデル (Model-2)、(b) 1%の数値ノイズを与えたときのインバージョン結果、(c) 3%の数値ノイズを与えたときのインバージョン結果。





第3.24図 プリズム異常が坑井の外側に存在する場合の数値実験結果。(a) 2次元比抵抗モデル (Model-3)、(b) 3%の数値ノイズを与えたときのインバージョン結果、(c) 地表の両端の電極を用いないときのインバージョン結果。



### 3.4 シュランベルジャ法

#### 3.4.1 モデルとデータ

大局的には2層構造であり、第1層内に2つの比抵抗異常体（プリズム状）がある2次元モデルを考える（第3.25図）。第1層の比抵抗は $100\ \Omega\cdot\text{m}$ 、厚さは約500mであり、第2層の比抵抗は $1000\ \Omega\cdot\text{m}$ である。プリズム異常体の比抵抗は $10\ \Omega\cdot\text{m}$ および $1000\ \Omega\cdot\text{m}$ である。100m間隔でシュランベルジャ垂直探査の測点を13点配置し、各測点において電極間隔 $AB/2$ を6～2000 m まで変化させて見掛比抵抗を計算した。

シュランベルジャ垂直探査では、測点を中心に電極間隔を2～3桁の範囲で変化させて探査深度を変える。すべての測定を有限要素法による数値計算によって求めるには、要素数の多いメッシュが必要になるが、ここでは、要素の大きさを測点から周囲に向かって徐々に大きくなるようなメッシュ（計算メッシュ）を作成し、広範囲の電極間隔を扱えるようにした。また、電流極と電位極を実際の測定とは入れ替え、内側に電流電極がある状態で計算を行った。メッシュの要素数は $80\times 30\times 2$ である。均質大地に対する計算では、見掛比抵抗で最大2～3%の数値誤差を生じる。実際のモデルによる見掛比抵抗を計算するとき、この数値誤差に基づく補正を加えた。

得られた見掛比抵抗値に標準偏差3%の正規ランダムノイズを加えて測定値とした。また、数値ノイズを与えないデータセットも作成した。データ数は351である。

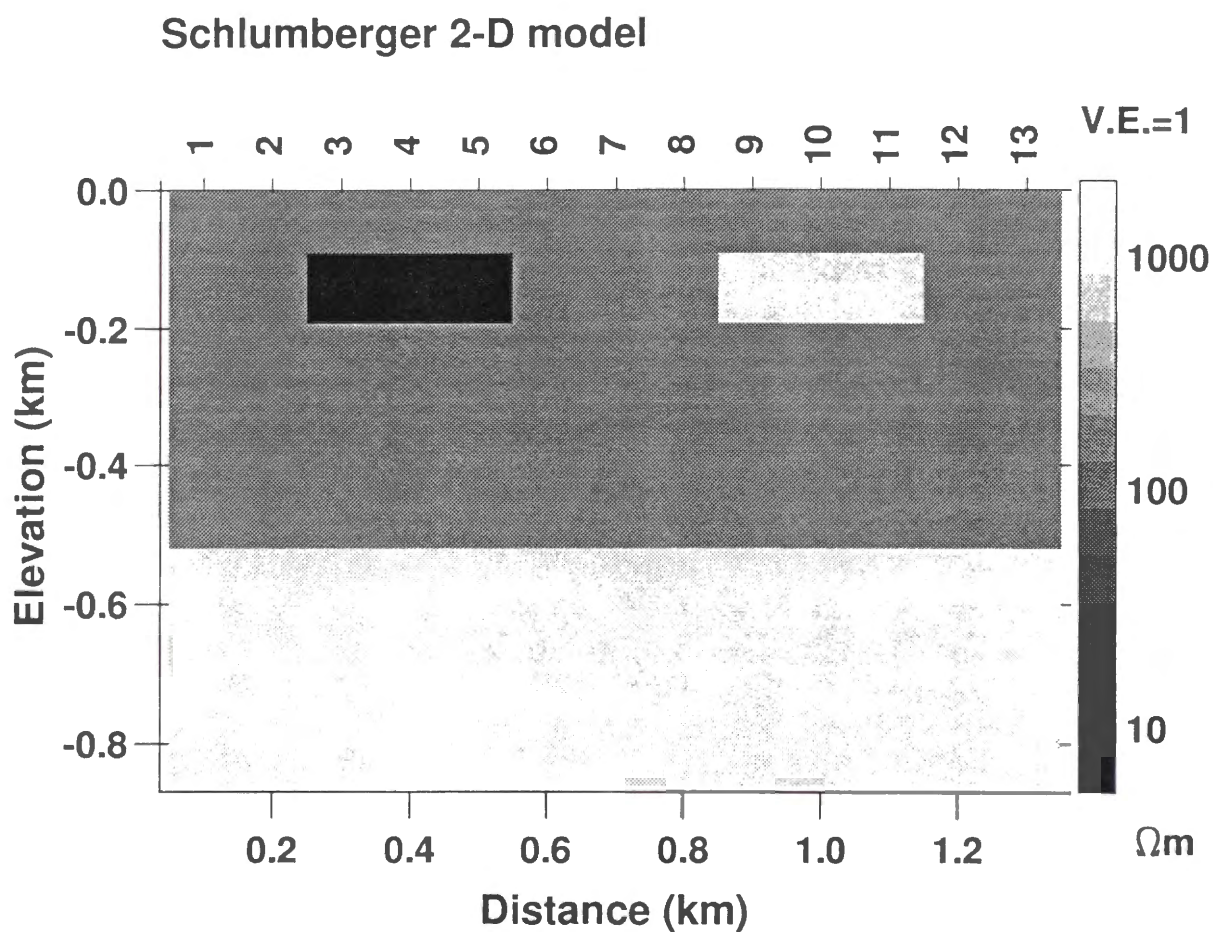
#### 3.4.2 インバージョン

数値ノイズを与えないデータと与えたデータについてインバージョンを行った。大地を矩形のブロックに分割し、それらの比抵抗を未知数とする。水平方向のブロックの分割は、1測点に1列のブロックが割り当てられるようにした。ブロックの総数は216である。初期モデルは比抵抗 $1000\ \Omega\cdot\text{m}$ の均質大地とした。平滑化の制約を与え、ABIC最小化によって最適な平滑パラメタを推定した。重み行列  $W$  の対角要素はすべて1とし、すべてのデータに等しい重みを与えた。

インバージョンによって得られた比抵抗モデルを第3.26図に示す。また、各反復において選択された平滑パラメタ、rms残差およびラフネスを第3.27図に示す。ノイズを与えない場合、計算誤差の範囲内で残差を限りなく零に近づけることができるので、残差最小化が卓越し、平滑パラメタは反復につれて減少しつづける。この計算では15回目の反復まで残差は減少しつづけ、それ以降は計算誤差のため増加した。それでも、15回の反復修正の結果、rms残差は非常に小さく、比抵抗分布はラフなものが得られた。元のモデルを完全には再現しないものの、プリズム異常体と高比抵抗基盤の形状と比抵抗はよく求められているといえる。このように、データに含まれる測定誤差が小さければ、平滑化の制約を与えていても、平滑パラメタは非常に小さくなり、真のモデルに近いラフネスが達成されることがわかる。

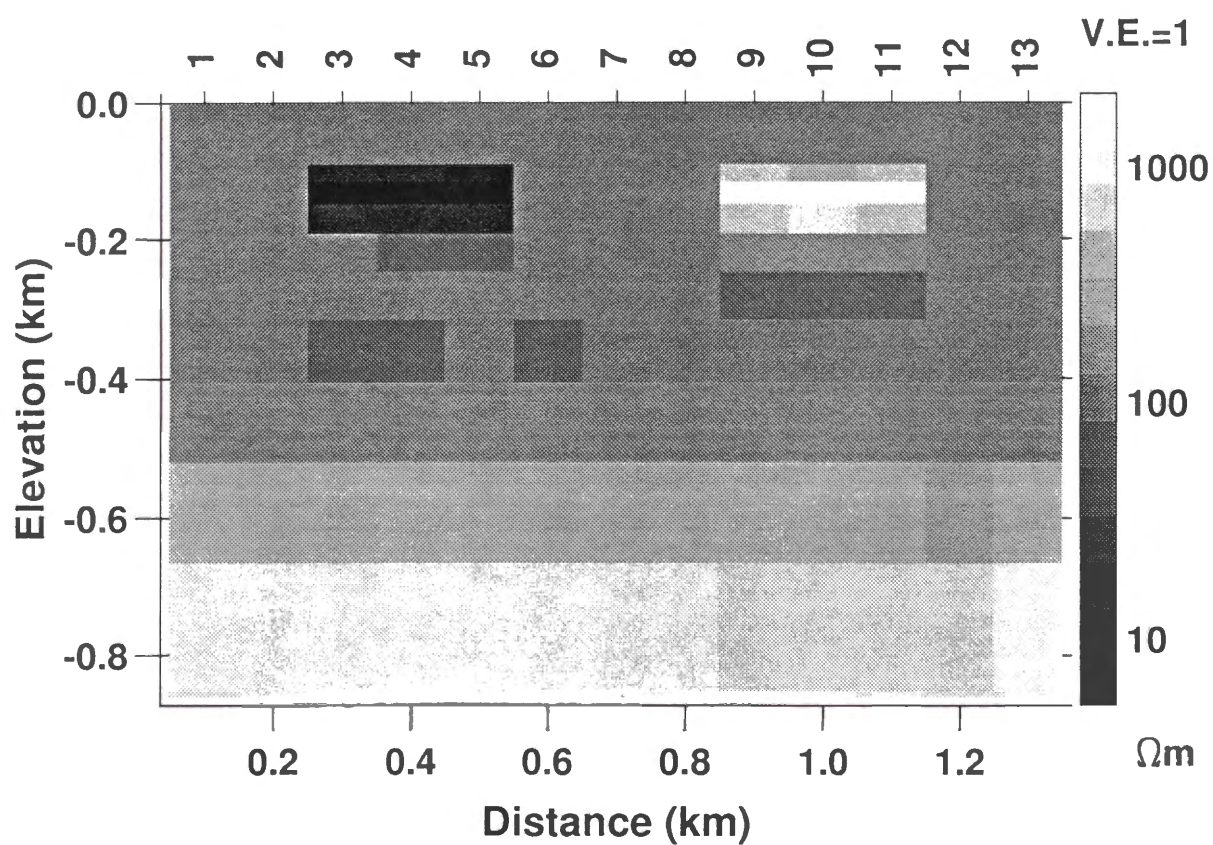
それに対し、3%の数値ノイズを与えたとき、相対的な残差は3%以下にはなれないので、それに相当したラフネスを有するモデルで収束する。ここでは5回の反復で残差やABICは変化しなくなり収束したとみなせる。最終的なrms残差は0.0298であり、ほぼ3%の数値ノイズに対応する。解析によって得られた比抵抗モデルでは、プリズム異常体の形状は少しぼけているものの、確実に捕らえているといえる。高比抵抗基盤は上位のプリズム異常体の影響を引きずって歪んでしまっている。

見掛比抵抗のデータ、および、これらの最終モデルから計算される値を第3.28図に示す。ノイズを与えない場合、見掛比抵抗曲線は滑らかであり、データと最終モデルによる計算値はほとんど一致する。高比抵抗基盤による見掛比抵抗の変化は明瞭であるが、プリズム異常体による変化はそれほど大きくないことがわかる。それでも、3%のノイズは視覚的には小さな量であり、プリズム異常体による変化の方が有意である。それによって、3%数値ノイズのインバージョンでも異常体を再現することができたと言える。



第3.25図 シュランベルジャ法の数値実験に用いた2次元比抵抗モデル。第1層が100  $\Omega\cdot\text{m}$ 、第2層が1000  $\Omega\cdot\text{m}$ の2層大地に、10  $\Omega\cdot\text{m}$  および1000  $\Omega\cdot\text{m}$  のプリズム異常が存在する。測点数は13、電極間隔AB/2は6～2000mの範囲の27通りである。このモデルから計算される見掛け比抵抗に正規分布ノイズを与えて測定値とした。データ数は351である。

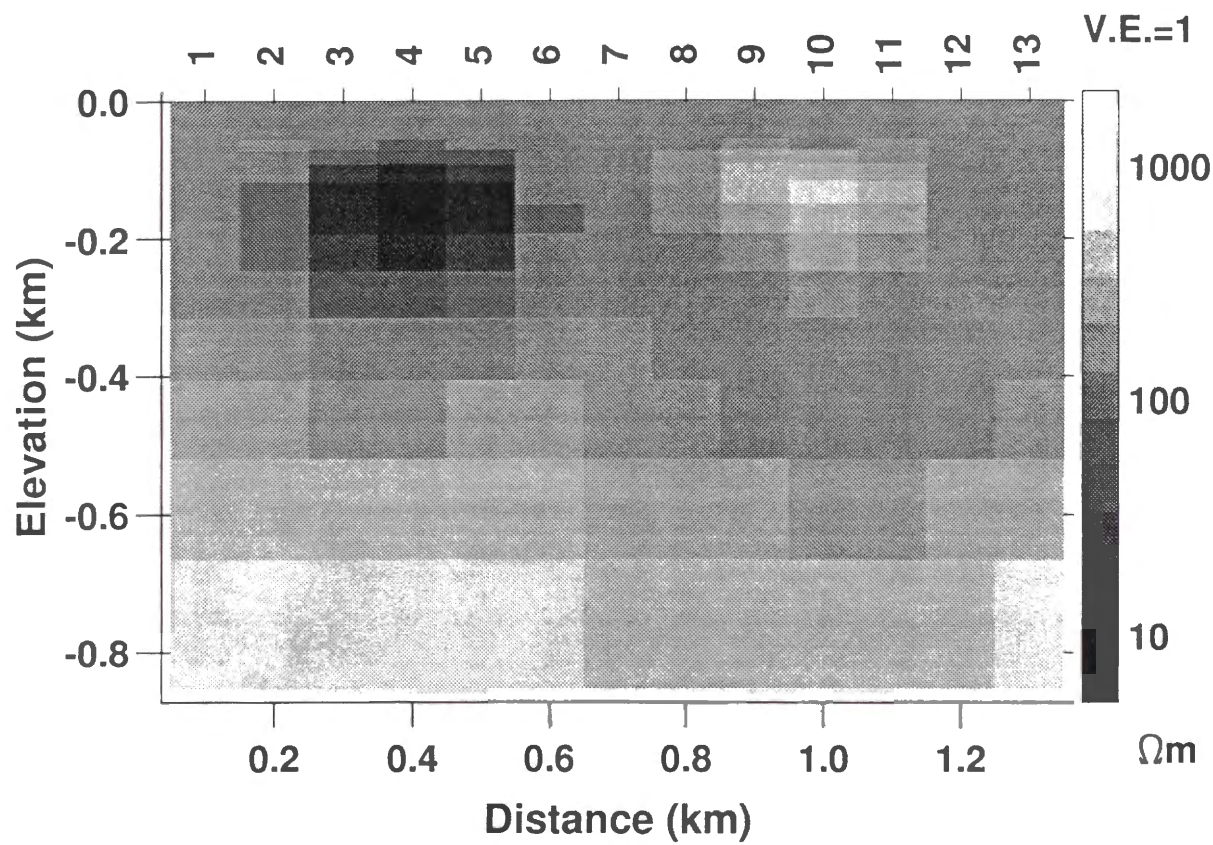
(a) no-noise iter=15 rms=0.00011



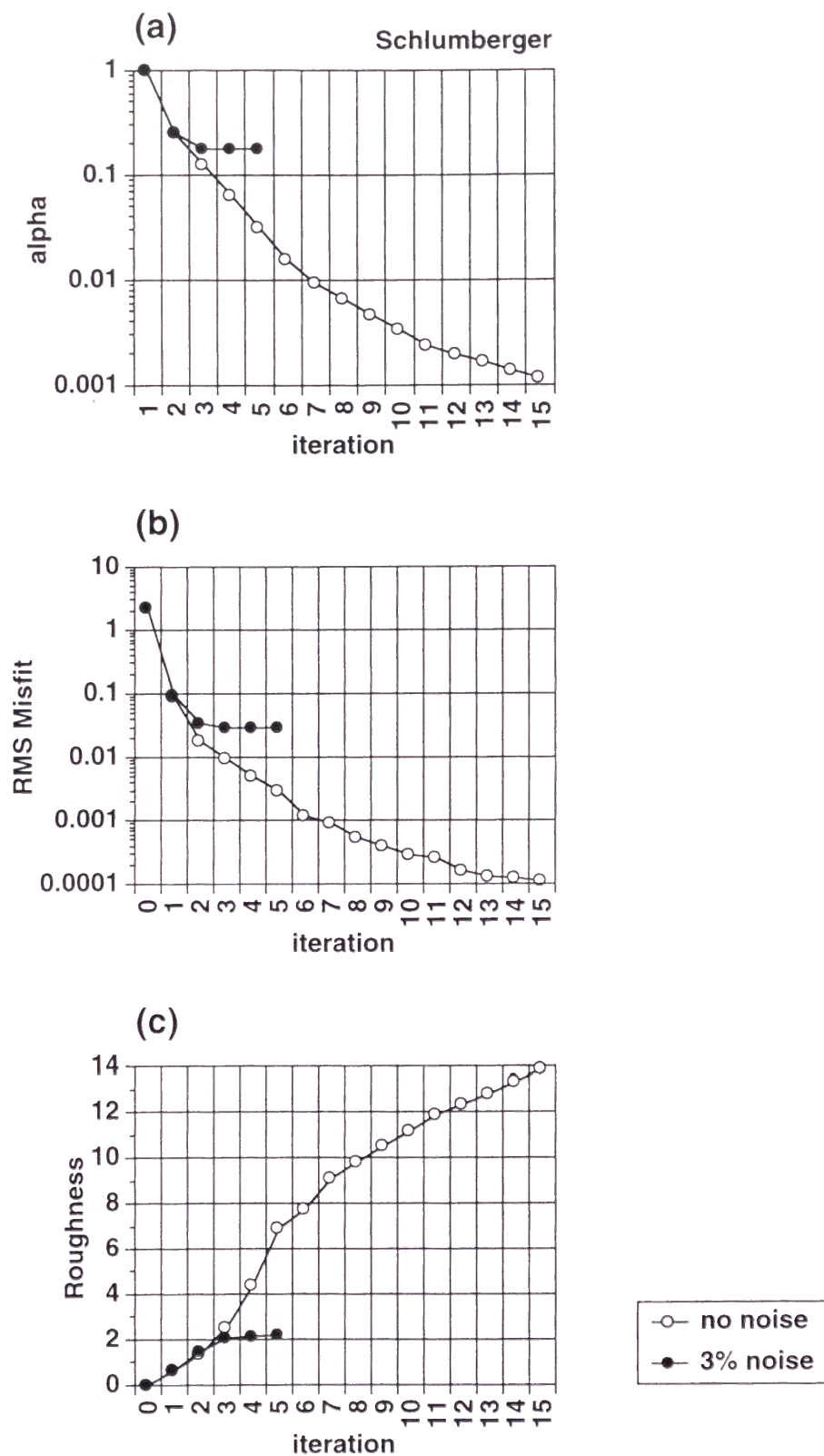
第3.26図 シュランベルジャ法のインバージョンによって得られた比抵抗モデル、(a) ノイズを与えない場合、および、(b) 3%のノイズを与えた場合。ブロック数は216である。



(b) 3%-noise iter=5 rms=0.0298



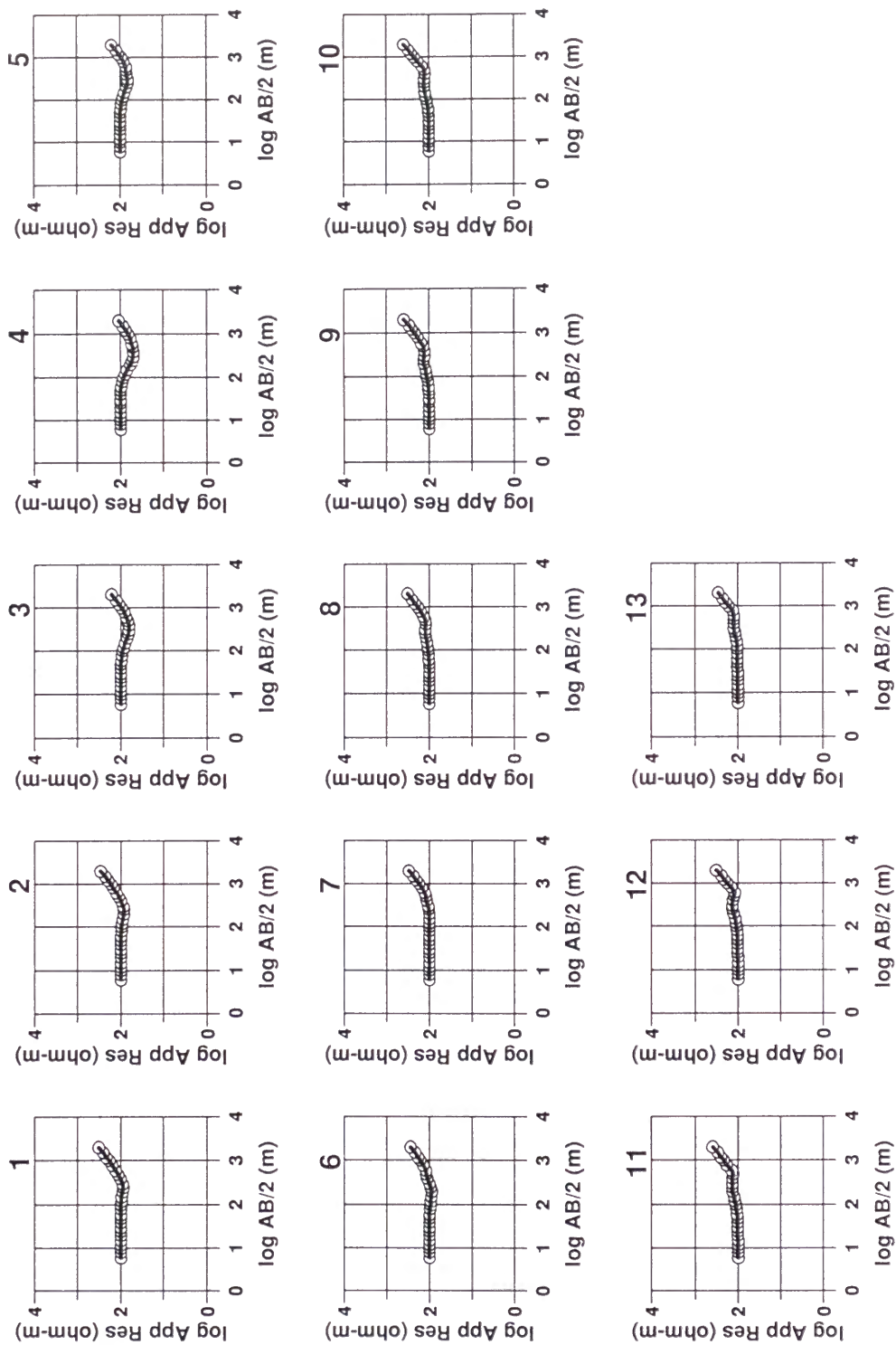
第3.26図 (続き)



第3.27図 第3.26図のインバージョンにおける (a) 平滑パラメタ、(b) rms残差、および、(c) ラフネスの変化。

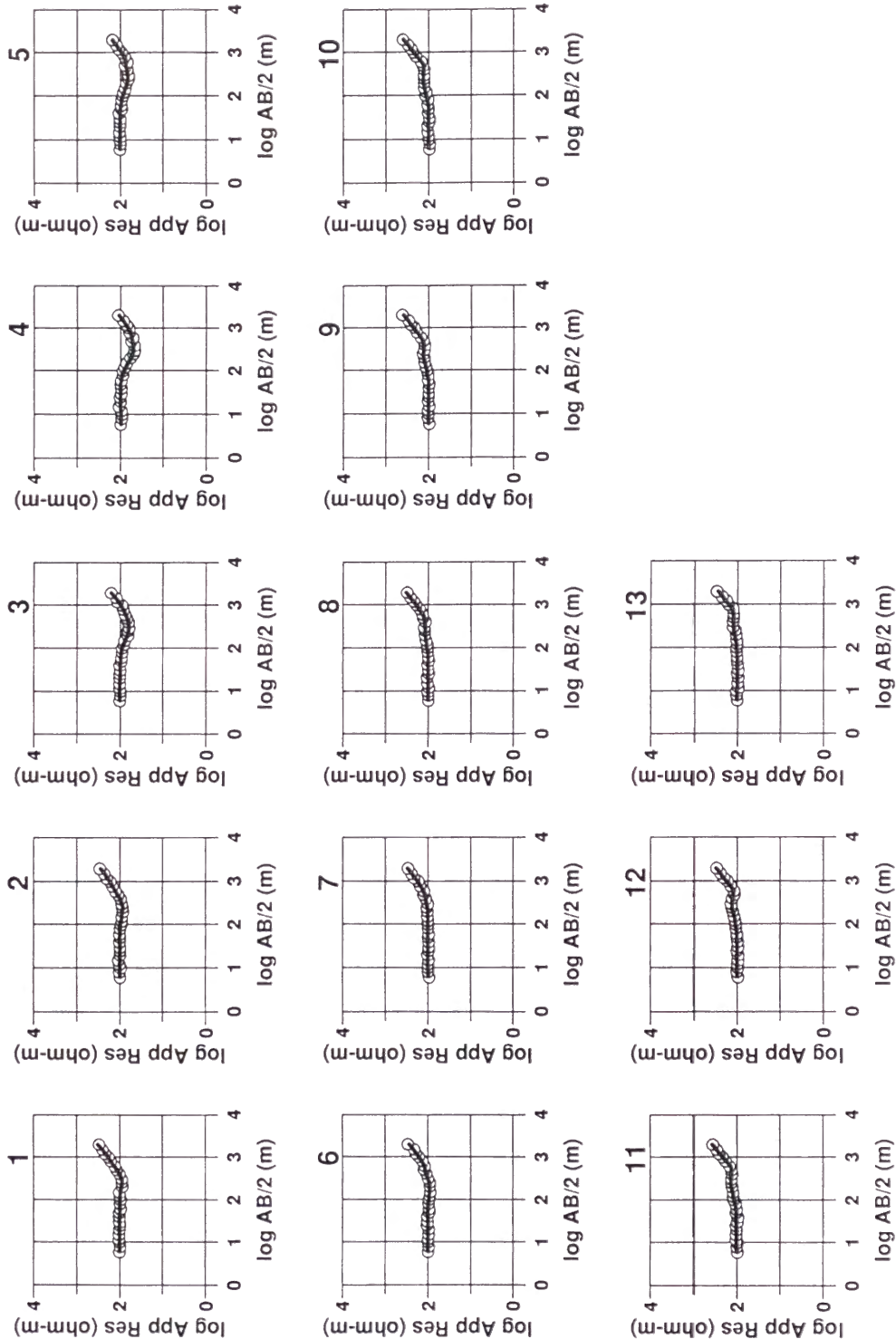


(a) no-noise iteration=15



第3.28図 第3.26図のモデルから計算される見掛け抵抗（実線）とインバージョンに用いた見掛け抵抗（白丸）。横軸は電極間隔、縦軸は見掛け抵抗を表し、各図の右上の番号は測点番号を表す。  
(a) ノイズを与えない場合、および、(b) 3%のノイズを与えた場合。

(b) 3%-noise iteration=5



### 3.5 まとめ

平滑化制約の最小二乗法インバージョンにおいて、ABIC最小化法を用いて最適な平滑化を与えるというアルゴリズムを作成し、インバージョン・プログラムを数値実験に適用した。数値実験を通して得られた事項を以下に示す。

1) ABIC最小化法を用いる平滑化制約の最小二乗法インバージョンによって、非線形の電気・電磁探査データでも非常に安定にインバージョンが行える。ただし、測定誤差およびモデルのラフネスは正規分布に従うという前提に基づいている。

2) 平滑の強さはデータに含まれるノイズによって自動的に決められる。測定誤差が大きいときには大きな平滑パラメタが選択され、スムーズな比抵抗モデルになる。測定誤差が小さいときは、残差の最小化が追求されて小さな平滑パラメタが選択され、真の構造に近いラフなモデルになる。測定誤差が正しく求められていない場合でも、最終的な残差は測定誤差と相関が強いので、残差に応じて適切な平滑パラメタが選択される。

3) 数値実験のように理想的な2次元モデルでは、反復修正は非常に安定である。反復の初期の段階では、まだ残差が大きいため大きな平滑パラメタが選ばれる。反復が進むにつれて残差が小さくなると、小さい平滑パラメタが選ばれてラフなモデルになる。そして、パラメタの修正量がゼロに近づき、残差やABICは変化しなくなって収束する。

4) 測定誤差が大きいと残差を小さくすることができず、スムーズなモデルのまま少ない反復回数で収束する。誤差が小さいと、反復につれて徐々に小さな平滑パラメタが選ばれるので、収束に多くの反復回数を要する。

5) 本章で用いた数値モデルでは、数値ノイズを与えた場合、インバージョン結果は初期モデルにほとんど依存しない。local minimaは多数存在するはずであるが、数値ノイズに相当するスムーズネスを与えることによって、local minimaに陥る危険性が小さくなっているものと考えられる。

6) 個々の測定値の誤差が正しく求められているとき、それを基にした重み付きインバージョンによって、すべての測定値に同じ重みを与えるよりも正確に比抵抗構造を求める

ことができる。

## 4. 澄川地熱地区のデータ解析

### 4.1 はじめに

本章では、秋田県の澄川地熱地区において取得された電気・電磁探査データに対する2次元解析について、MT法データを中心に述べ、さらに、地熱貯留層と比抵抗構造の関係について検討する。

一般に地熱地域には温泉や噴気といった地表徴候が多く見られ、地表にも粘土変質帯が露出している。それらは浅部の小さな比抵抗異常を形成する。MT法やCSAMT法では、電場測定のための電極が局所的な比抵抗異常に掛かったとき、測定される電場の大きさは異常の境界に蓄えられる電荷によって変化し、得られる見掛け比抵抗はすべての周波数でバイアスされた値になる。これはスタティック効果あるいはスタティックシフトと呼ばれる。シフト量は異常体の比抵抗や形状および電極との位置関係によって任意であるため、それを単独の測点におけるデータだけから定量的に見積もることはできない。そのまま1次元構造解析を行えば、実際の構造とは異なる比抵抗モデルになってしまう。

スタティックシフトに対処する手段として、1) 測点を高密度に配置して、局所的な比抵抗変化による擾乱も含めて処理・解析する方法 (Bostick, 1986; deGroot-Hedlin, 1991; Torres-Verdin and Bostick, 1992) と、2) スタティックシフトを受けない磁場だけを測定する手法で得られた比抵抗値を用いてMT法データを補正する方法が考案されている (Andrieux and Wightman, 1984; Sternberg et al., 1988; 光畑・小川, 1994)。本章では、1) に関するデータ解析として、高密度の測点配置によって得られたMT法・CSAMT法データに対して2次元インバージョン解析手法を適用する。

### 4.2 調査データ

#### 4.2.1 比抵抗探査データ

新エネルギー・産業技術総合開発機構 (NEDO) は、1992～1993年、秋田県の澄川地熱地区においてMT法およびCSAMT法の調査を実施した (NEDO, 1994)。澄川地熱地区を東西方向に横切る形で、長さ約6kmの測線が2本 (測線CおよびI) 設定された (第4.1図)。以下、図中ではSG-CおよびSG-Iと記す。測線IはNEDOが掘削した調査井SN-5坑やSN-7D坑の近くを通る。MT法測点は約300mの間隔で配置され、測点数は測線Cが24点、測線Iが25点である。CSAMT法の測点間隔は50m、電場ダイポール長も50mとし、測線沿いに電場を連続して測定する方式が取られた。CSAMT法の送信ケーブルは調査地の北方約8kmに設置された。測定に用いられた装置はNEDOの高精度MT法測定装置およびZonge社製GDP-32システムである。

また、地質調査所は同地区を南北に横切る長さ約6kmの測線2を設定し (以下、図中ではSG-2と記す)、離散的に配置した10測点においてMT法およびTEM法の測定を行った。測点間隔はおよそ500mである。測定にはPhoenix社製のV5システムおよびGeonics社製のPROTEMを用いた。

MT法では、各測点において磁場3成分、電場2成分の時系列データの測定を行った。電場ダイポールの長さは東西測線が150m、南北測線が100mである。また、調査地から北東に約30km離れた岩手県安代町においてリファレンス点を設定し、電場・磁場5成分の時系列データを取得した。データ処理にはすべてリモートリファレンス処理を適用し、スペクトルデータをスタッキングして各周波数におけるインピーダンスを求めた。スタッキングにおける重みの与え方や悪いデータの判定基準についていくつかの試行錯誤を行った後、最適と思われるものを採用した。なお、東西測線のデータはNEDOが処理したものを入手して用いた (NEDO, 1994)。

TEM法の測定にはIn-loop配置を用いた。MT法と同じ測点に一辺100mの正方形ループを張って矩形電流を送信する。ループの中央に置いたインダクションコイルで磁場の鉛直成分 (時間微分値) を測定する。磁場の減衰曲線を解析することによって測点下の比抵抗構造を1次元的に求めることができる。ここでは、MT法のデータと合わせて1次



元ジョイントインバージョンを行うことによって、MT法データのスタティック補正量を算定した。

また、当地域では以前にNEDOによってシュランベルジャ法の調査が実施されている(NEDO, 1985)。本章で比抵抗モデルを紹介するものについてのみ測線位置を第4.1図に示した。シュランベルジャ法測線SGN-85Bの測点間隔は1000mである。

#### 4.2.2 地質概要

調査地は秋田焼山北麓の地熱地域であり、これまでに国および企業によって地質調査、地化学探査、物理探査、坑井掘削等の多くの調査が実施されている。坑井H-18, SN-5, SN-7D, およびKMN-1の柱状図から推定した地質モデルを第4.2図に示す(NEDO, 1988)。本地域で卓越する地層は新第三紀のグリーンタフ層であり、測線下においても厚く分布しているものと思われる。その上位に、カルデラを埋める形で堆積した第四紀の湖沼堆積物が西半分に見られ、さらに、焼山や八幡平からの火山噴出物が地域全体を覆っている。また、坑井SN-5とSN-7Dで深部に新しい（新第三紀と推定される）貫入岩体を捕えている。地下の温度分布は断面の東半分で高温の傾向にある。SN-7D坑の掘削中に深度1500mから坑底2490mの区間のいくつかのレベルで逸水層に遭遇し、それらは熱水の貯留ゾーンになっているものと思われる。深部の逸水層を対象にした生産テストで有望な貯留層が確認された。

#### 4.2.3 空中電磁法データ

NEDOは1992年に焼山-八幡平地域において空中電磁法探査を実施した(NEDO, 1992)。4175 Hz (horizontal coplanar配置) の見掛け比抵抗分布を第4.3図に示す。探査深度は地下の比抵抗によって変化するが、送受信コイルの間隔は7mであり、地下数10mまでの平均的な比抵抗を表していると考えてよい。測線方向は東西、測線間隔は基本的に200mである。測線に沿って数m毎に測定された見掛け比抵抗値を平均・補間して25m格子のグリッドデータが作成された。

調査域の西部は全般的に高比抵抗であり、その中に玉川温泉や焼山山頂の北側と南側などの確認された変質帯の位置に低比抵抗異常が見られる。調査域の東端には、八幡平の新しい噴出物に対応する高比抵抗域が見られるが、調査域中央の温泉が集中する谷あいでは、トロコ温泉から後生掛温泉、さらに南側の湯田又沢にかけて温泉に伴う変質帯に対応して、南北につながる低比抵抗ゾーンが存在する。現在開発中のSN-7D井周辺の浅部は高比抵抗域になっている。

後述するように、MT法の2次元解析に用いた周波数の最大は100 Hzであるが、仮に表層の比抵抗を $100 \Omega \cdot m$ とすると、100 Hzのときの表皮深度は500mである。MT法の測点間隔は約300mであり、それに比べて十分小さい浅部異常、たとえば50m程度の規模のものはスタティックシフトの原因になる可能性がある。空中電磁法の測線間隔は200mなので、南北方向についてそれより小さい比抵抗変化を捕らえるのは難しいが、見掛比抵抗分布(第4.3図)に現れた比抵抗の変化、たとえば、温泉の近傍の低比抵抗異常などがスタティックシフトの原因になるものと考えられる。

### 4.3 MT法データの処理

#### 4.3.1 インダクション・ベクトルと走向

一般に地熱地域は複雑な地下構造を有しているので、2次元モデルによる解析では実際の構造を表しきれないことが多い。しかし、地質構造が大局的に2次元構造であり、ある程度の走向延長を有しているとき、走向に直角な測線に沿った2次元解析は妥当である。焼山-八幡平地域は北北東-南南西の断層群が卓越しており、比抵抗構造もそのトレンドを有していると考え、東西測線の2次元解析は適当であり、南北測線への2次元解析の適用は危険であるかもしれない。

インダクション・ベクトルは、磁場の鉛直成分と水平成分の関係から求まる量であり、表皮深度に相当する深度までの大局的な比抵抗分布において、低比抵抗異常が卓越する方向を向く。つまり、もし構造が2次元であれば、ベクトルは走向と直交することに

なる。ベクトルの大きさの理論上の最大値は1であり、大きいほど急激な比抵抗変化があることを意味する。

0.05Hzにおけるインダクション・ベクトルの分布を第4.4図に示す。今回のデータでは、0.05Hzの信号の表皮深度はほぼ5～10kmの深さに相当する。ベクトルの大きさはほとんどが0.3以下であり比較的小さいが、全体的に南東を向く傾向がある。測線の西側ではやや南向きの傾向があり、焼山の下部に低比抵抗異常体が存在することを示唆する。また、測線2の南半分では東向きの傾向があり、全体的な傾向も考慮すると、八幡平火山の深部が大きな低比抵抗異常の中心であると言える。ベクトルの全体的な傾向は、本地域の大局的な地質構造のトレンドと調和的である。

次に、インピーダンスの主軸方向について検討する。インピーダンスはテンソル量であり、座標軸の回転によって大きさが変化する。テンソルの非対角項が大きくなる方向を主軸と呼び、2次元構造であれば、それは走向方向とそれと直角な方向のどちらかに相当する。測線Iの各測点および各周波数について、主軸方向の分布をローズダイアグラムとして示す(第4.5図)。主軸は90度および180度の任意性があり、図では4象限分すべてを示してある。測線が6kmと長いので、場所によって構造の走向は異なるかもしれないが、低周波数バンドでは南北(あるいは、東西)に卓越する方向を有していることがわかる。インダクション・ベクトルおよび地質の大局的な構造から判断し、インピーダンスの走向は南北に卓越していることが推定できる。しかし、高周波数バンドでは明瞭な卓越方向はないようである。MT法測線の方法はインダクション・ベクトルやインピーダンスの卓越方向からは若干ずれているが、東西測線については、測線の西端を除き2次元構造解析はほぼ妥当と考えられる。南北測線については、南半分でベクトルと測線が直交しており、好条件であるとは言えない。

これで比抵抗構造の大局的なトレンドは把握できた。しかし、もし、地下構造が大局的には2次元であり、測点の近傍だけに表層堆積物や断層構造などによる3次元的局所異常があるとき、異常に沿って電流集中や電流の迂回が起こり、それによって電場は大きさと方向とも歪曲(ディストーション)を受けてしまう(Groom and Bailey, 1991)。対

象とする周波数帯で2次元性が仮定できるならば、局所構造に起因するディストーションをパラメタ化して除くことができる。そこで、0.1～1 Hzの帯域の卓越走向である+12度を大局的な走向であると仮定し、測線Iについて、ディストーション成分を除去したインピーダンスを算出した。

#### 4.3.2 インバージョン解析

解析に用いるデータとして、MT法のテンソルインピーダンスを測線方向に回転させ、測線沿いの電場とそれに直角な磁場から計算される、いわゆるTMモードの見掛け抵抗と位相を求めた。インピーダンスの回転方向は、東西測線については北から-80度、南北測線では-10度である。TMモードでは構造の走向延長が測線方向の長さ（幅）の3倍以上であれば2次元と見なしてもかまわないとされる (Ting and Hohmann, 1981)。東西測線についてはTMモードの2次元解析を基本とした。また、測線Iについては、ディストーションを除去したTMモードのインピーダンス（ただし、座標軸の方位は-78度）も解析に用いることにした。さらに、測線2についてはTMモードの2次元解析が妥当でないこともあり、インピーダンステンソルのDeterminant量をデータとしてインバージョンを行うことにした。

データの周波数はおよそ0.01～100Hzの範囲の14周波数である。ただし、測線Cおよび測線2については2つの測定装置が混在して用いられ、設定された周波数が異なるので、解析では約20周波数の計算を行っている。測定誤差が非常に大きいデータ（誤差の相対値が100%以上のもの）を解析から除外したあと、誤差に応じて重みを求めた。測線2については、MT法データをTEM法データを用いてスタティック補正を行ったあと、2次元解析を適用した。

MT法応答のフォワード計算には有限要素法を適用した。現地測定では測線に沿う標高を測量によって求めているので、そのデータを用い、有限要素法のメッシュを構成するとき地形の形状を組み込んだ。初期モデルは比抵抗 $100 \Omega \cdot m$ の均質大地とした。有限要素法のメッシュを作成するとき、用いるデータの最高周波数の見掛け抵抗を考慮し、

MT法のモデルでは、水平方向の要素の大きさを100 m 以下とした。ABIC最小化法に基づいて最適な平滑化制約を与えながら最小二乗法インバージョンを行った。

#### 4.4 測線Iの解析

##### 4.4.1 MT法データの解析結果

測線I (SG-I)はSN-7D坑の近くを通る測線であるが、SN-7D坑付近の発電所建設現場は熱水輸送用の鉄管や電源設備等が集中しノイズが多いため、測線は南に迂回している。解析に用いた測点は25点、データ数はTMモードの見掛け比抵抗と位相を合わせて664である。個々のデータに与える重みはデータの測定誤差に基づいて計算されるが、ここでは、誤差の最小値 (noise floor) を1%とし、1%以上の測定誤差はそのまま使い、1%以下のものは強制的に測定誤差1%として重みを求め、重み付き最小二乗法インバージョンを適用した。インピーダンスのマッチングは対数領域で行った。比抵抗ブロックの数は365である。(2-5)式の行列 $C$ には2次元ラプラシアンを用いた。

まず、ディストーション除去を行わないオリジナルのTMモード・データのインバージョンについて述べる。各反復における平滑パラメタ、rms残差、ABICおよびパラメタ修正量を第4.6図に示す。このインバージョンでは5回目以降の反復修正でrms残差およびABICが増加する傾向になった。これは(2-3)式による線形近似が妥当ではなくなったためと考えられる。そこで、(2-7)式にダンピングの操作を加え、反復修正の安定化を図ることにした。ダンピングはシステム行列 ((2-7)式の左辺の行列) にさらに $M$ 次元の単位行列、

$$\lambda I = \lambda \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & 1 & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

を加えることで行われる。最適なダンピング係数 $\lambda$ はやはりABIC最小化によって求め

た。ただし、5回目以降、偶数回目の反復では平滑パラメタの最適値を、奇数回目の反復では最適のダンピング係数を選択するようにした。第3章の数値実験ではダンピング操作は必要なく、非常に安定な収束が得られた。それに対し、実測データでは測定誤差や地質構造の複雑さによって、インバージョンは必ずしも自動的に安定に進むとは限らないので、ダンピングによる安定化の操作が必要になることがある。特にMT法データのインバージョンではそういうケースが多く見られる。

初期モデルでは残差が大きいので、それに応じて大きい平滑パラメタが選択される。反復が進むにつれて平滑パラメタは小さくなり、rms残差およびABICも小さくなる。9回の反復でほぼ収束し、モデルパラメタの修正量は零に近くなる。最終のrms残差は期待値の1にはならず、約4.0という大きい値になった。これは、測定データの測定誤差が小さめに見積もられたため、および、測定データを2次元構造で説明するには無理な部分があるためと考えられる。

最終的に得られた比抵抗モデルを第4.7図に示す。また、TMモードの見掛け比抵抗と位相の測定値および第4.7図のモデルから計算される値を第4.8図に示す。rms残差は大きい値であるが、見掛け比抵抗のフィットは視覚的には非常に良い。見掛け比抵抗曲線は基本的に高周波数側から高-低-高と変化する。地表付近には新期火山岩による高比抵抗部、その下には厚さ500m程度の顕著な低比抵抗層が存在する。この層はSN-7D坑や後生掛温泉付近で最も低い比抵抗を示し(1~3  $\Omega \cdot m$ )、西に向かってやや厚くなるが、比抵抗は少し高くなる。その下には100  $\Omega \cdot m$ 以上の高比抵抗層が存在し、その深度は西ほど深い。東側の高比抵抗層は非常に顕著である。これは地下構造の3次元性が原因と考えられるが、詳しくは後で述べる。測線東側の標高-4km以深には低比抵抗層が存在する。これは他の測線でも解析されているもので、深度20km程度まで続く大きな構造であると解析された(図には示されていない)。推論の域を出ないが、八幡平火山等の活動に伴う高温部が存在するものと推定される。

次に、ディストーション除去後のTMモード・データのインバージョンについて述べる。インピーダンスの回転方向(-78度)はオリジナルのTMデータの座標軸(-80度)とほぼ一



致している。インバージョンによって得られた比抵抗モデルを第4.9図に示す。全体的な比抵抗構造は第4.7図のものとほとんど変わらない。これは、このデータについてはディストーションの補正量がそれほど大きくなかったためと思われる。それでも、第3層の高比抵抗層の比抵抗値は異なっており、SN-5坑付近の海水準あたりにある高比抵抗体は顕著になっている。

#### 4.4.2 MT法とCSAMT法データのジョイント解析

CSAMT法データを用い浅部構造を詳細に捉えることによって、MT法の低周波数データによる深部構造解析の信頼性が向上することが期待される。MT法の測点間隔はおおよそ300mであるが、CSAMT法のそれは50mであり、浅部構造の水平変化をより忠実に捉えることができる。CSAMT法の測点数は122であり、ファーフィールド領域の7周波数(16Hz～1024Hz)を解析に用い、MT法の14周波数(0.01Hz～128Hz)のデータに追加した。同一測点でCSAMT法とMT法の測定が行われている場合、双方の電位ダイポール長が異なることもあり、見掛け比抵抗はオーバーラップする周波数で重なるとは限らない。そこで、MT法の見掛け比抵抗をCSAMT法に合わせるようにシフトさせた。CSAMT法の位相については、MT法との差の少ない東側の測点を解析に用いることとし、品質の良くない西側測点は解析から除外した。CSAMT法データの測定誤差はすべて5%であると仮定した。

高周波数データを扱うため、有限要素法のメッシュを細かくし、また、浅部について小さい比抵抗ブロックを与える必要がある。従って、未知数は1091個と多くなり、非常に長い計算時間を要した。インバージョンによって得られた比抵抗モデルを第4.10図に示す。高周波数のデータによって、深さ100m以内の比抵抗構造も詳しく把握することができる。MT法データだけでは表層から低比抵抗であった後生掛温泉（測点322付近）や中ノ沢（測点310付近）でも、表層は50  $\Omega\cdot\text{m}$ 程度の高比抵抗であることがわかる。浅部の低比抵抗層やその下の高比抵抗基盤の起伏もより詳細に捉えられている。たとえば、SN-5坑の下の高比抵抗基盤の高まりとその東の窪み、後生掛温泉付近の基盤の高まり等

が検出できる。これは第4.9図にも見られた特徴である。

#### 4.4.3 坑井データとの比較

測線Iの2次元比抵抗モデル(第4.7図、第4.10図)を測線に近接する2つの坑井、SN-5坑およびSN-7D坑、の電気検層データと比較する。SN-5坑は測線の近傍にあり、SN-7D坑は測線から約200m北に位置する。2次元モデルの中で坑井に近いブロックの比抵抗を抜き出し、深さ方向のプロファイルを作成した(第4.11図)。

SN-5坑の電気検層を見ると、深さ約400mまでは新期火山岩によって全般的に高比抵抗である。ただし、溶岩中に夾在する角レキ岩層は比較的比抵抗を示す。その下の、750m深までは湖沼堆積物で $10\ \Omega\cdot\text{m}$ 以下の低比抵抗を示す。750mから1100mまではグリーンタフの安山岩層で $30\ \Omega\cdot\text{m}$ 程度、1100m以深は貫入岩で $100\ \Omega\cdot\text{m}$ 程度の高比抵抗を示す。2次元モデルの比抵抗柱状図は、MTデータだけの解析(第4.7図)およびMTとCSAMTのジョイント解析(第4.10図)のどちらも検層データと整合的である。ただ、浅部の新期火山岩の比抵抗はやや低めに解析されている。

SN-7D坑の電気検層は500m以深で実施されたので、新期火山岩と湖沼堆積物の比抵抗はわからない。グリーンタフの最上層(深度500～600m)は凝灰岩に富み、 $3\ \Omega\cdot\text{m}$ 程度の低比抵抗を示す。それより深部では深くなるほど比抵抗は徐々に増加し、深度1000mで $100\ \Omega\cdot\text{m}$ 程度になる。深度1000～2100mの区間では、細かな変化はあるものの、比抵抗は約 $100\sim 200\ \Omega\cdot\text{m}$ でほぼ一定である。これらの区間はグリーンタフの中・下部層からなり、凝灰岩、頁岩、安山岩等が交互に分布する。中性子検層によると、グリーンタフ層の空隙率は10～15%であり大きな変化はない。2200m以深は花崗岩質の貫入岩で比抵抗は $1000\ \Omega\cdot\text{m}$ 以上にもなる。2次元モデルの比抵抗は検層プロファイルと形状が似ている。しかし、深度1000m以上で比抵抗値は2次元モデルの方がやや大きくなり、また、貫入岩による変化も捉えられていない。これは上述のように、3次元的な比抵抗構造を無理に2次元構造で解析しようとしたために生じた偽像によるものと考えられる。この不一致はMTとCSAMTのジョイント解析の方が少ない。

#### 4.4.4 検層データを利用したインバージョン

これまでの解析では、モデルの比抵抗分布は滑らかであるという制約を与えて最小二乗法インバージョンを適用した。もし、測線の近くに坑井が掘られていれば、その電気検層データを積極的にインバージョンに利用することができる。すなわち、2次元モデルの中で坑井近傍のブロックの比抵抗は検層値に近いという先験的な情報を用いてインバージョンを行うことにする。平滑化の制約に加え、坑井近傍のブロックの比抵抗と、対応する区間の検層値の平均値の差は小さいという新たな制約を与える。そのとき、インバージョンにおいて最小化すべき関数  $V$  は、

$$V = \|Wd - WF(m)\|^2 + \alpha^2 \|Cm\|^2 + \beta^2 \|m - m_p\|^2 \quad (4-1)$$

で表される。ここで、 $m_p$  は電気検層値を対応するブロックの区間について平均した値、 $\beta$  は検層値に対する制約の程度を決めるトレードオフ・パラメタである。 $\beta$  の最適値も ABIC 最小化法に基づいて決定した。関数  $V$  に対するベイズ型尤度  $L$  は

$$L(d) = \int \left( \frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{\frac{N}{2}} \left( \frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{\frac{M-1}{2}} |\alpha^2 C^T C|^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\beta^2}{2\pi\sigma^2} \right)^{\frac{L}{2}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left( \|W\hat{d} - WAm\|^2 + \alpha^2 \|Cm\|^2 + \beta^2 \|m - m_p\|^2 \right) \right\} dm \quad (4-2)$$

で与えられる。ここで、 $L$  は検層値の制約を与えるブロックの数である。ABIC は、

$$ABIC(\alpha, \beta) = (N + L) \log \left( 2\pi \frac{V}{N + L} \right) - 2L \log \beta - \log |\alpha^2 C^T C| + \log |(WA)^T (WA) + \alpha^2 C^T C + \beta^2 D^T D| + (N + L) + 4 \quad (4-3)$$

となる。ここで、 $D$  は  $L$  次元の単位行列である。ABIC は  $\alpha$  と  $\beta$  の関数であり、その最小値を  $\alpha$  および  $\beta$  の 2 次元探索によって求めなければならない。しかし、計算時間の短縮を図るため、今回のインバージョン解析では、奇数回目の反復では  $\alpha$  を、偶数回目の反復では  $\beta$  を変化させて、それぞれ、ABIC の最小値を与えるものを最適値とした。

インバージョンでは、SN-5 坑および SN-7D 坑に近いブロックのうち、深さ 500m 以上の

ブロックについて制約を与えることにした。TMモードのMT法データのみを用いる検層値制約のインバージョン結果を第4.12図に示す。インバージョンの条件は第4.7図に比べると検層値制約を追加したことだけが異なる。データに含まれるノイズが大きいと、(4-1)式右辺の第1項（残差項）の最小化は重みが減少し、第2項、第3項の最小化が強くなる。すると、大きい $\alpha$ および $\beta$ がABICの最小値を与え、平滑度が強く検層値に近い比抵抗構造になる。今回のデータでは、坑井深部に対応するブロックの比抵抗に影響を受けるMT法データの質があまり良くないらしく、検層値制約の強いモデルが得られた。

第4.7図と第4.12図を比較すると、検層値制約によって坑井近傍の構造が変化したのに応じて、周辺の構造も変化しているのがわかる。坑井周辺については第4.12図の方が実際の構造に即しているものと思われる。特に、SN-7D坑付近では、制約を与えない比抵抗モデル（第4.7図）と検層との比較で、深度によっては比抵抗値に1桁近い差があったため、変化量は大きい。SN-7D坑の東側に解析された高比抵抗異常はさらに大きな異常となり、実際に構造とは考えにくいものになった。これは、複雑な3次元的大地におけるMT法の2次元解析の難しさを示唆するものである。

## 4.5 測線Cの解析

### 4.5.1 MT法の解析

測線C (SG-C) は澄川開発地区の北部および大沼温泉を通る測線である。発電所建設現場の近くはノイズが強くて測定ができないため、そこを迂回するように測線は北側に曲げられている。解析に用いた測点は24点、データ数はTMモードの見掛け比抵抗と位相を合わせて633、比抵抗ブロックの数は354である。個々のデータに与える重みは測定誤差の最小値を3%として与えた。100  $\Omega \cdot m$ の均質大地を初期モデルにし、6回の反復修正でほぼ収束した。その他の計算条件は測線Iと同じである。

インバージョンによって得られた比抵抗モデルを第4.13図に示す。また、TMモードの見掛け比抵抗と位相の測定値および第4.13図のモデルから計算された値を第4.14図に示す。

見掛比抵抗曲線は基本的に高周波数側から高-低-高と変化する。西側の測点ほど中間の低比抵抗は顕著ではなく、見掛比抵抗の最小値は1~2Hz付近に見られる。東半分の測点では中間周波数の見掛比抵抗は小さく、10Hz付近に最小値が見られる。つまり、西側ほど深部の高比抵抗層は深いことがわかる。

測線の東半分で浅部に厚さ300~500mの低比抵抗層が見られる。大沼温泉付近では1~3  $\Omega\cdot m$ と低く、非常に顕著な低比抵抗になっている。これは温泉に伴う変質帯によるものと思われる。低比抵抗層は西に向かって厚くなり、中ノ沢付近では海拔-1kmまで続く低比抵抗異常が存在する。しかし、これはそれほど顕著に低比抵抗ではなく、中ノ沢の下部で2つに分かれているように見える。間にある比較的高比抵抗な部分は、測線IにおけるSN-5坑の下の高比抵抗部につながるようである。SN-5坑のこの深度には貫入岩体を確認されており、岩体が南北方向に続いている可能性が示唆される。

測線の東半分には海水準以下に100  $\Omega\cdot m$ 以上の高比抵抗層が見え、さらに海拔-3km以上深には低比抵抗層が存在する。測線の西端は地表から深部まで高比抵抗であり、それ以上西に変質帯は続いていないことがわかる。

#### 4.5.2 シュランベルジャ法データとの比較

NEDOが1985年に実施したシュランベルジャ法調査の測線SGN-85BはMT法の測線Cに近接する形で設けられている。中ノ沢より西で2測線はほぼ共通であり、それより東で測線Cは南に曲がるのに対し、SGN-85Bはまっすぐ東にのびている。測点間隔1km、最大電流電極間隔AB/2が6000mという仕様で測定が行われた。シュランベルジャ法データを2次元解析プログラムを用いてインバージョンを行った。シュランベルジャ法の測定では一般に測定誤差を求めないので、ここではすべてのデータに同じ重み（行列 $W$ の対角要素をすべて1にする）を与えている。初期モデルは1000  $\Omega\cdot m$ の均質大地である。測線に沿った地形を用い、有限要素法のメッシュに組み込んで地形の効果を含めた解析を行った。

各反復における平滑パラメタ、rms残差、ABICおよびパラメタ修正量を第4.15図に示

す。シュランベルジャ法のインバージョンはTMモードのMT法インバージョンに比べて安定であり、ダンピングの操作を入れなくても順調に収束する。4回目の反復以降は比抵抗パラメタの修正量は零に近くなり、rms残差とABICも変化しなくなる。しかし、最終的なrms残差は約0.2であり、20%以上の残差が残ってしまう。これは、データの測定精度と地下構造の非2次元性によるものと思われる。重みの与え方がMT法とは異なるので、平滑パラメタや残差の値は第4.6図とは桁が異なっている。

解析によって得られた2次元比抵抗モデルを第4.16図に示す。測点数は15であるが、本章の対象である澄川・大沼地区に近い測点B-9までの構造を示してある。また、見掛け比抵抗の測定値および第4.16図によって計算される値を第4.17図に示す。電極間隔 $AB/2$ は10mから6000mまで変化するが、フォワード計算ではそれらのすべてを同時に扱うのは難しいので、電極間隔が35m以上のものについてのみ見掛け比抵抗を求めた。

測定誤差が大きいので平滑パラメタは大きいものが選択され、スムーズな比抵抗分布が得られている。また、測点間隔が大きいので水平方向の分解能は良くない。そこで、大きなトレンドだけを見ることにする。ほとんどの測点において表層は $100\ \Omega\cdot\text{m}$ 以上の高比抵抗になっており、これは新期の火山噴出物によるものと思われる。測点B-1およびB-2では高比抵抗層は厚く、下位のグリーンタフ層も高比抵抗になっている。B-4から東の測点では表層の高比抵抗層の下に厚さ500m程度の低比抵抗層が見られる。その下には高比抵抗基盤が存在し、基盤の深度は澄川温泉付近の測点B-5で最も浅く、その東西で徐々に深くなっているように見える。また、低比抵抗層の比抵抗値は澄川・大沼温泉から離れるにつれてやや高くなる。これらの特徴は第4.13図と調和的である。

## 4.6 測線2の解析

### 4.6.1 スタティック補正

南北方向の測線2 (SG-2)ではMT法測点においてTEM法データも取得し、MT法データのスタティック補正を試みた(光畑・内田, 1995)。スタティック補正はTEM法とMT法のジョ



イント・インバージョンによって行った。TEM法とMT法の測定値を同時に満たす1次元構造を求める。そのとき、MT法の見掛け比抵抗には任意のスタティックシフト量が含まれることにし、そのシフト量も未知数として解くことにする。ジョイント・インバージョンに用いたMT法のデータは、2次元解析に用いるデータ(0.01~100Hz)のうち、高周波側の4~6周波数である。TMモードおよびDeterminantの見掛け比抵抗についてスタティックシフト量を求め、それを補正量とした。補正量の最大は約0.3桁であり、光畑・小川(1994)の例と同程度である。MT法の見掛け比抵抗の測定値はほとんどの測点でTEM法の1次元解析モデルから計算される値より小さくなった。TEM法あるいはMT法のどちらかに系統的な測定誤差が含まれている可能性もあるが、補正量の大小は空中電磁法の見掛け比抵抗分布図(第4.3図)と整合的である。つまり、補正量の大きい測点101、102、103、108、および109(第4.18図参照)は、見掛け比抵抗が東西に変化する境界付近の低比抵抗側に位置している。MT法の見掛け比抵抗は表層の低比抵抗層によるスタティック効果によって小さくなったものと考えられる。

#### 4.6.2 Determinantデータによる解析

測線2の北半分ではインダクション・ベクトルはほぼ南を向き、南半分では東を向くという、2次元解析には難しい構造であることがわかる。そこで、Determinantのインピーダンスによる解析を試みた。Determinantは回転に依存しない値であり、地下構造が2次元でないとき、あるいは、走向が必ずしも測線の方角と整合しないとき、TMモードだけで解析するより、誤った異常構造を生じないために有効であると思われる。

MT法のインピーダンス・テンソルのDeterminantは、

$$Z_{\text{det}} = (Z_{xx}Z_{yy} - Z_{xy}Z_{yx})^{1/2} \quad (4-4)$$

で表される。これは座標回転に依存しない不変量である。2次元のモデル計算ではTMおよびTEの2モードのインピーダンスだけでテンソルが決まり、そのDeterminantは、

$$Z_{\text{det}} = (Z_{\text{TM}}Z_{\text{TE}})^{1/2} \quad (4-5)$$

で計算される。測定値は(4-4)式のインピーダンスから計算される見掛け比抵抗と位相であり、モデル値は(4-5)式から計算される見掛け比抵抗と位相である。それらの差を小さくするモデルをインバージョンによって求めることになる。

スタティック補正済みのDeterminantをデータとして用いたインバージョン結果を第4.18図に示す。北端の測点101を除き、浅部に厚さ数100mの低比抵抗層が見られる。これは東西測線のモデルでも得られている層であり、調査地域全体に広がっているものと思われる。その下には高比抵抗層が存在するが、測点107でやや低比抵抗であり、途切れているように見える。測線南半分の深部には低比抵抗層が解析され、北側の高比抵抗異常と比べて対象的である。それらの境界は、ちょうど測線Iと交差する付近にある。

#### 4.7 解釈

電気・電磁気探査によって得られた比抵抗構造を複雑な地熱地域の地質構造にあてはめるのは一般に難しい。地熱地域において、地層の比抵抗を決める主な要因は空隙率（岩相に依存する）、温度、粘土鉱物であると思われる。凝灰岩や頁岩といった堆積性の地層は空隙率が大きいため、地下水によって空隙が満たされていれば、空隙率に応じた比抵抗は小さくなる。緻密な火山岩や貫入岩は空隙が少ないので高比抵抗である。

地層の温度が高くなると間隙水の比抵抗が小さくなり地層全体の比抵抗も小さくなる。たとえば、室温から200℃まで上昇すると、岩石の比抵抗は1/5-1/7程度まで小さくなることが実験によって確かめられている（横山ほか, 1983）。

粘土鉱物の含有量が地層の比抵抗に与える影響を調べるため、西川（1992）はサンプル実験を行った。比抵抗100  $\Omega \cdot m$ の塩化カリウム水溶液にガラス粒子を満たし、そこに粘土鉱物を混ぜて比抵抗を測定した（第4.19図）。実験に用いた粘土鉱物のうち、最も比抵抗低下が顕著なのはモンモリロナイトであり、2.5%の含有量で比抵抗が1桁低下した。セリサイト、アルーナイト、クロライト、カオリナイトの順で比抵抗低下は少なくなり、後三者は比抵抗低下は顕著でない。モンモリロナイトは微粒子で層状の結晶の隙間に水

分子を蓄えることができ、イオン交換能力が非常に大きいことが知られている。クロライトは比較的粒子が大きく、イオン交換能力も小さい(たとえば、白水(1988))。

第4.2図の地質断面には、コア等の化学分析データから推定したモンモリロナイトの出現下限とクロライトの出現上限を示した。モンモリロナイトは一般に低温環境で生成される粘土鉱物であり、約150℃以上の高温になると徐々に他の粘土鉱物に変化する。それに対し、クロライトは高温でも安定な粘土鉱物である。ただし、これらの粘土鉱物には、グリーンタフ層の形成時あるいはその後の風化作用によって生成されたものと、新期の地熱活動によって生成されてものがあることに注意する必要がある。

SN-5坑とSN-7D坑の間には急激な温度変化があり、粘土鉱物の分布も温度コンターに整合して、SN-7D坑ではモンモリロナイトは浅所にしか分布しないことがわかる。モンモリロナイトが多く含まれていれば、同じ岩相、空隙率でも比抵抗は小さくなるので、モンモリロナイトの出現下限より上位では全体的に低比抵抗になることが予想される。もちろん、もともと緻密な溶岩の場合、それほど低比抵抗にはならない。これまでに示した東西測線の比抵抗モデル(たとえば第4.10図)を見ると、浅部の低比抵抗層の下限はSN-7D坑から西に深くなる傾向がある。SN-5坑では深さ1100m付近に貫入岩があって深部の高比抵抗層が浅く現れているが、その影響を除いて全体的に見ると測線の西で低比抵抗層は厚く、東では深部の高比抵抗層は浅くなる。それはモンモリロナイトの出現下限の形状と非常に調和的である。また、温度分布のコンターもモンモリロナイトの出現下限と似ている。これは上記の生成条件を考えると当然のことと思われるが、比抵抗分布を温度変化で説明しようとする逆のセンスになってしまう。つまり、高温域に高比抵抗層が存在していることになる。従って、この地域の比抵抗構造を大きく左右しているのは粘土鉱物の分布であるということが出来る。

SN-7D坑の簡単な地質柱状図と温度検層データを第4.20図に示す。温度プロファイルは深度400～500mの区間で非常に大きな勾配を有し、その下の数100mの区間も熱伝導型の温度分布を示す。これらの深度は湖沼堆積物とグリーンタフ上部層に対応する。400～500mの区間は湖沼堆積物であり、シルト層が不透水層の役目をしていることがわかる。

比抵抗検層ではグリーンタフ上部層は顕著な低比抵抗 ( $3\ \Omega\cdot\text{m}$ 程度) から徐々に増加する区間に相当し、モンモリロナイトの減少とともに透水性が増し、比抵抗も高くなっているようである。

深度1000m以上では温度は約300℃で安定し、対流型の温度分布を示す。地熱貯留層はこの区間に形成され、活発な対流があるものと思われる。比抵抗検層はグリーンタフ中ではおよそ100~200  $\Omega\cdot\text{m}$ で安定し、貫入岩は1000  $\Omega\cdot\text{m}$ 以上の高比抵抗である。細かなフラクチャ (逸水層) に応じてスパイク状の低比抵抗異常が存在する。MT法による比抵抗モデルは、深部構造の分解能や信頼性にやや劣るものの、これらの地熱貯留構造の特徴をよく表しているといえることができる。

SN-5坑で確認された貫入岩体は、測線Iの比抵抗モデル (第4.10図) では高比抵抗基盤の高まりとして捕らえられた。この高比抵抗異常はMT法測線Cのモデルにも現れており、貫入岩体が南北に延びた形状をしていて、少なくとも2kmの走向長を有するものと推定される。

#### 4.8 まとめ

澄川地区を中心に取得されたMT法等のデータについて2次元インバージョン解析を行った。ABIC最小化に基づく平滑化拘束によって、実測データに対しても十分安定なインバージョンが行えることを確認した。3次元性の強い地熱地域での2次元解析はまだ不十分なのは事実であるが、実用レベルで2次元解析が十分に適用できる段階に達したといえる。以下に解析によって導かれた事項を記す。

1) 比抵抗分布に平滑化の制約を与える2次元インバージョン手法によって、実測データに対しても安定に解析が行えることを確認した。ただし、測定データに含まれるノイズや構造の3次元性等によって、パラメタの反復修正にダンピングの操作が必要になることがある。

2) 平滑化制約以外の先験情報を与え、ABIC最小化を適用することができる。たとえば、

測線近傍の検層データを2次元モデルの制約として組み込むことによってモデルの信頼性を高めることができる。

3) CSAMT法データを解析に含めることによって、浅部の細かい構造が確実に捉えることができ、その結果、MT法による深部構造解析の信頼性が増加する。

4) 浅部の局所異常によるディストーションを除去して解析することによって、モデルの信頼性を高めることができる。

5) MT法の解析結果はシュランベルジャ法データの2次元インバージョン結果と調和的である。

6) 解析された比抵抗モデルはSN-5坑およびSN-7D坑の検層データと調和的である。

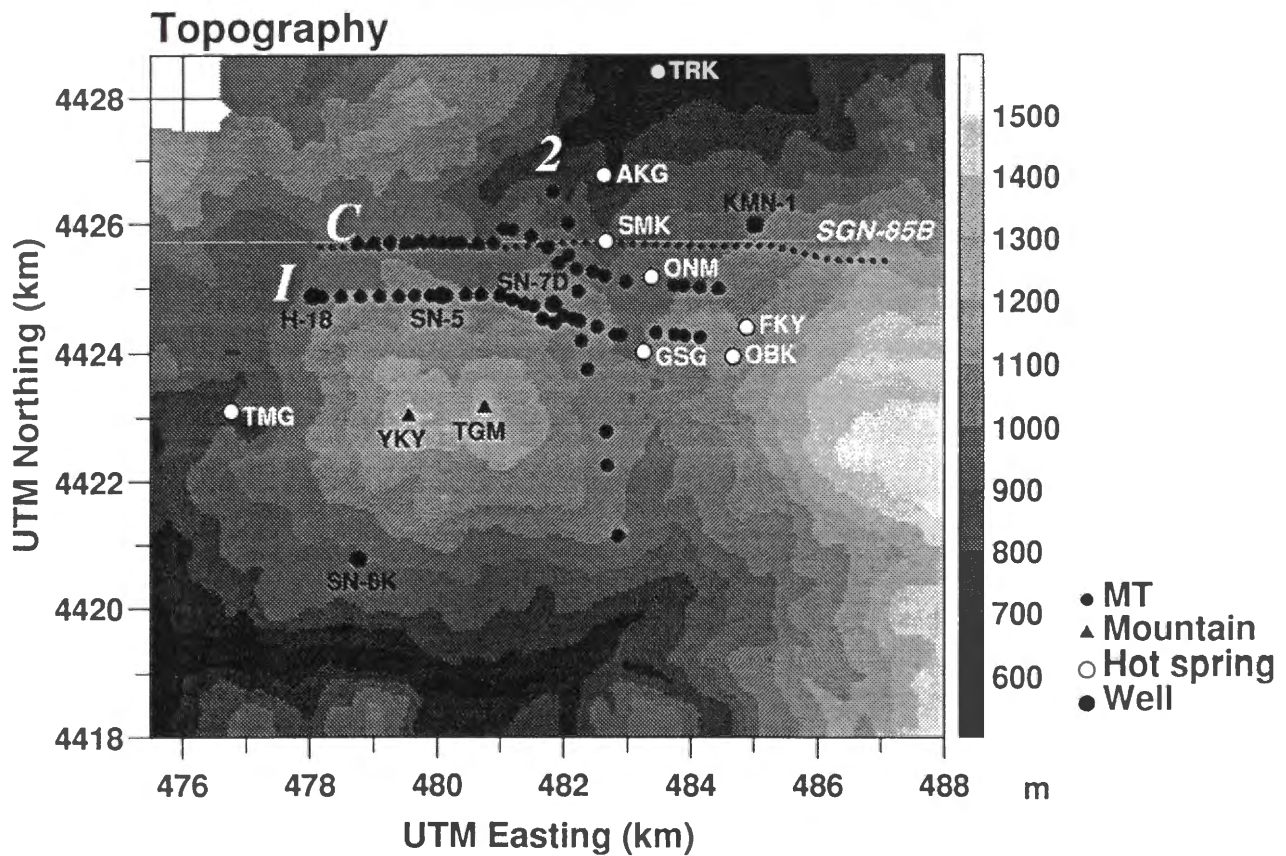
7) 浅部の顕著な低比抵抗層は湖沼堆積物とグリーンタフ上部層に対応し、低温でモンモリロナイトに富む。SN-7D坑では熱伝導型の温度分布を示し、貯留層上部の不透水層を形成している。

8) SN-7D坑では、深さ1000m以上の深部は比較的に高比抵抗であり、グリーンタフ中・下部層および貫入岩に対応しており、高温で対流型の温度分布を示し、熱水の貯留部になっている。

9) 貯留層の個々のフラクチャ自体は低比抵抗異常で、その検出は検層等の坑井内測定を行わないかぎり困難である。

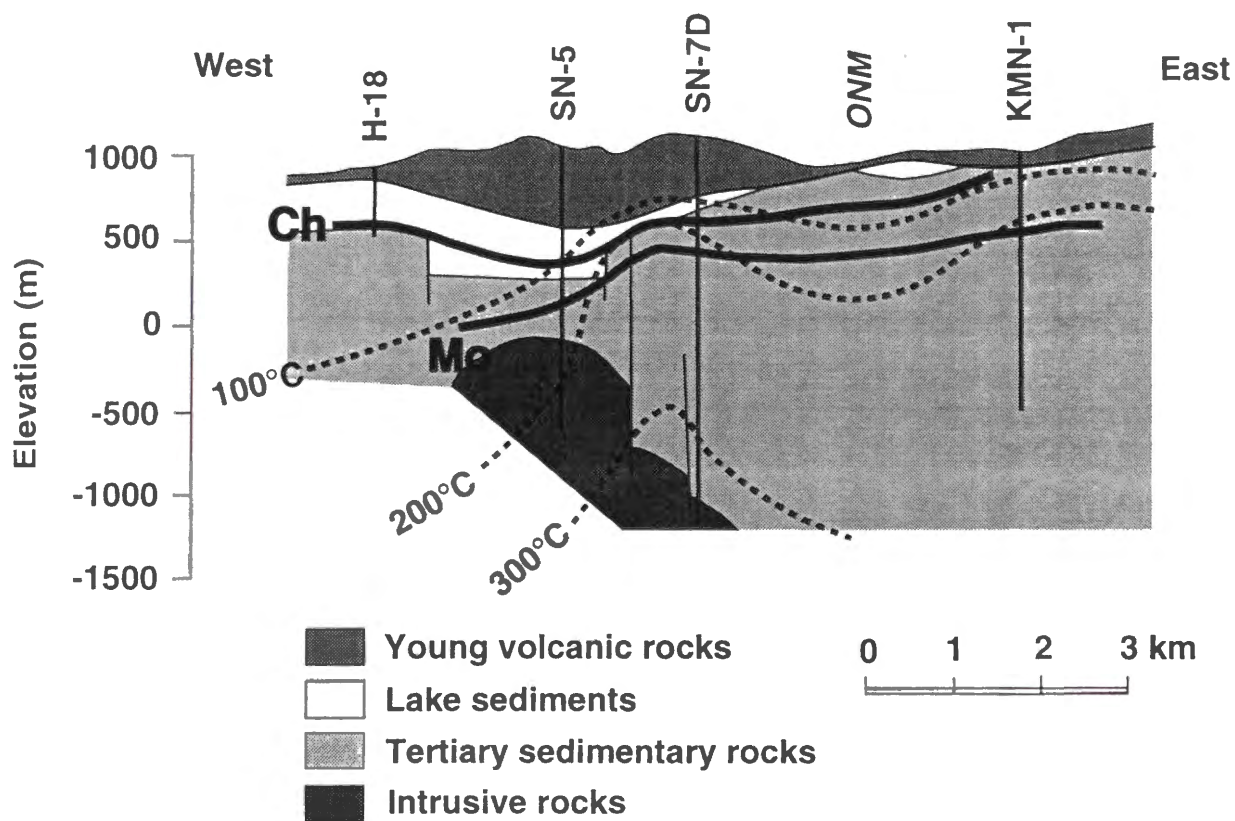
10) 貯留域とその上部の不透水層の境界は比抵抗分布でも顕著な境界になっており、その形状の把握は地表探査でも十分行える。



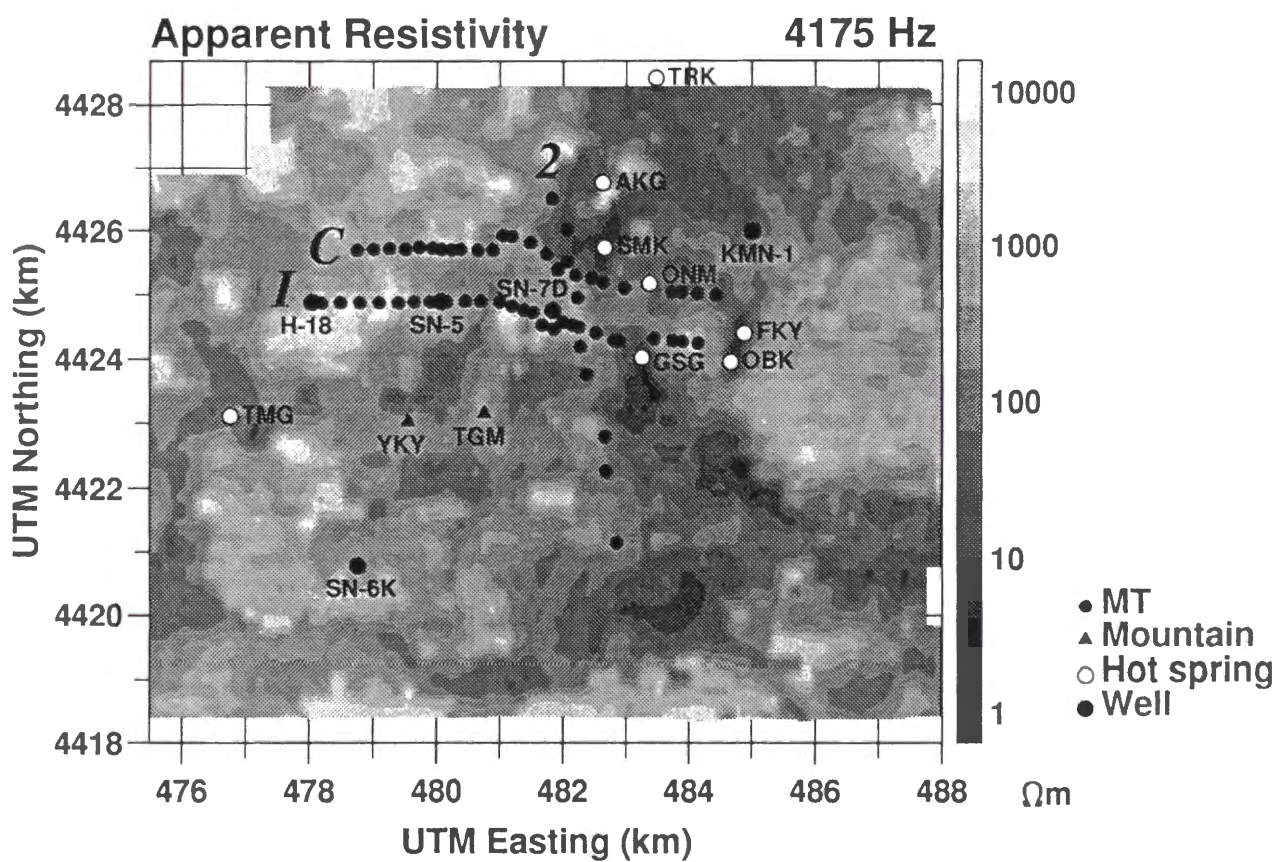


第4.1図 澄川地区の地形とMT法測点(小さい黒丸) およびシュランベルジャ法測線(点線)。三角は山、白丸は温泉、および大きな黒丸は調査井を表す。温泉と山の名前の省略記号は以下の通り。  
 TRK: トロコ温泉、AKG: 赤川温泉、SMK: 澄川温泉、ONM: 大沼温泉、GSG: 後生掛温泉、FKY: 蒸の湯温泉、OBK: 大深温泉、TMG: 玉川温泉、YKY: 秋田焼山、TGM: 梅森。

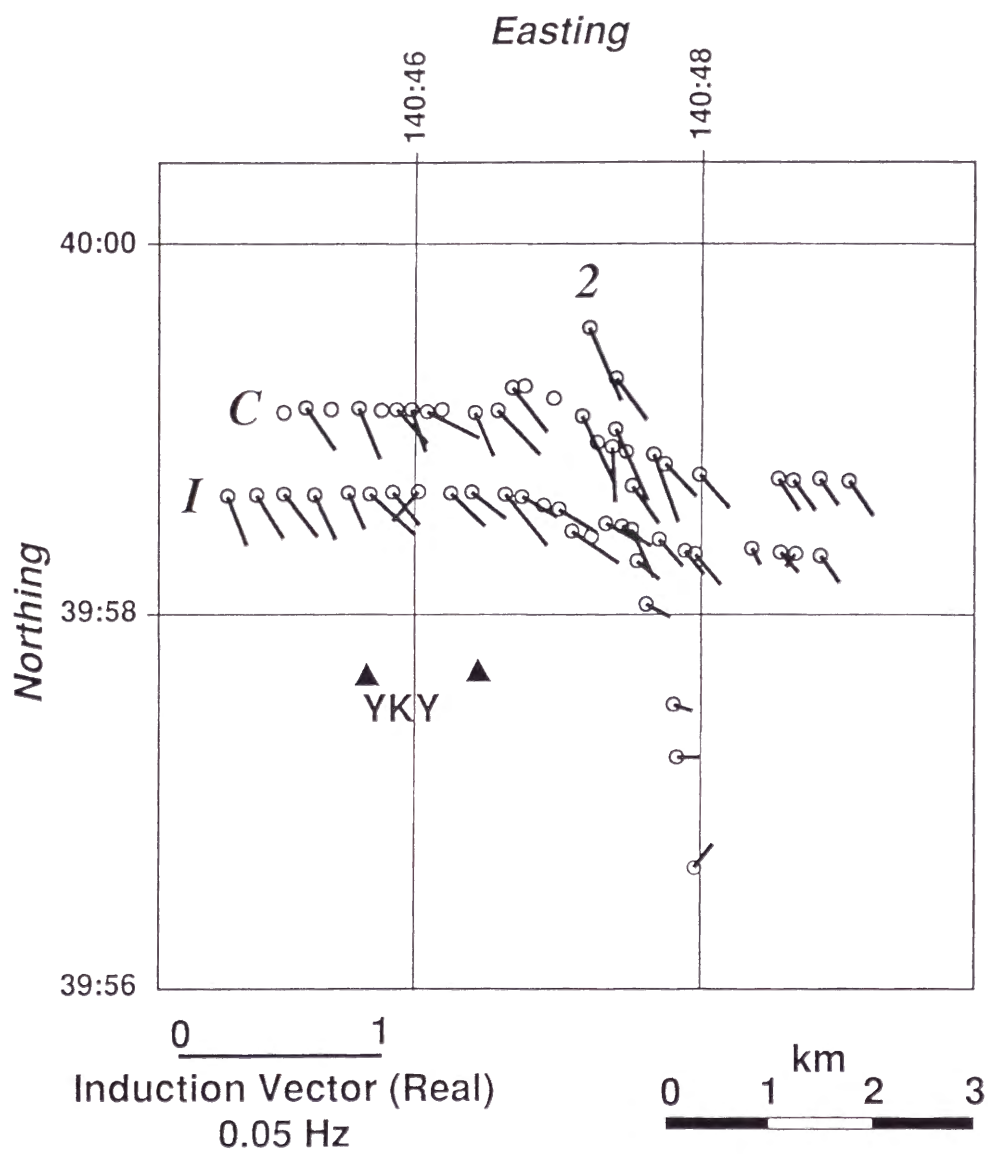




第4.2図 坑井柱状図から推定した東西の地質断面 (NEDO (1988) より作成)。「Mo」はモンモリロナイトの出現下限、「Ch」はクロライトの出現上限を表す。図の縦横比はおよそ2。



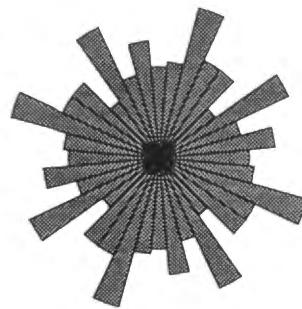
第4.3図 空中電磁法による4175Hzの見掛け比抵抗分布。Horizontal coplanar 配置の測定による。



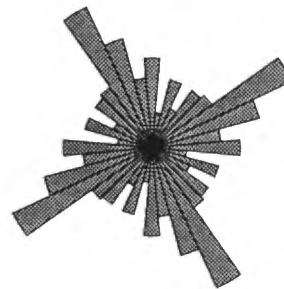
第4.4図 MT法測点における0.05Hzのインダクション・ベクトル (実部)。

# SGI Rose diagram

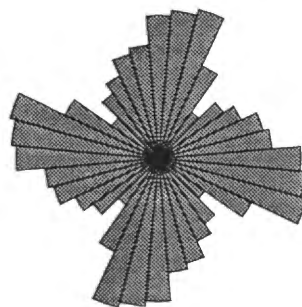
10-100Hz



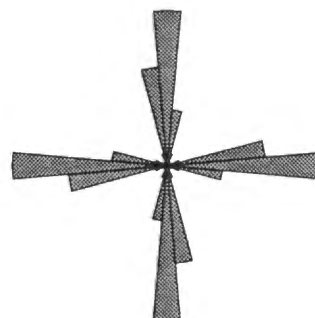
1-10Hz



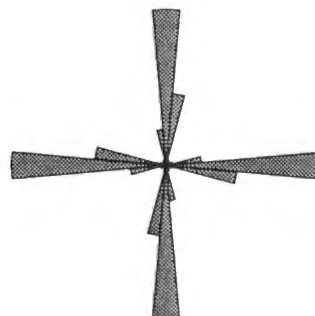
1-10s



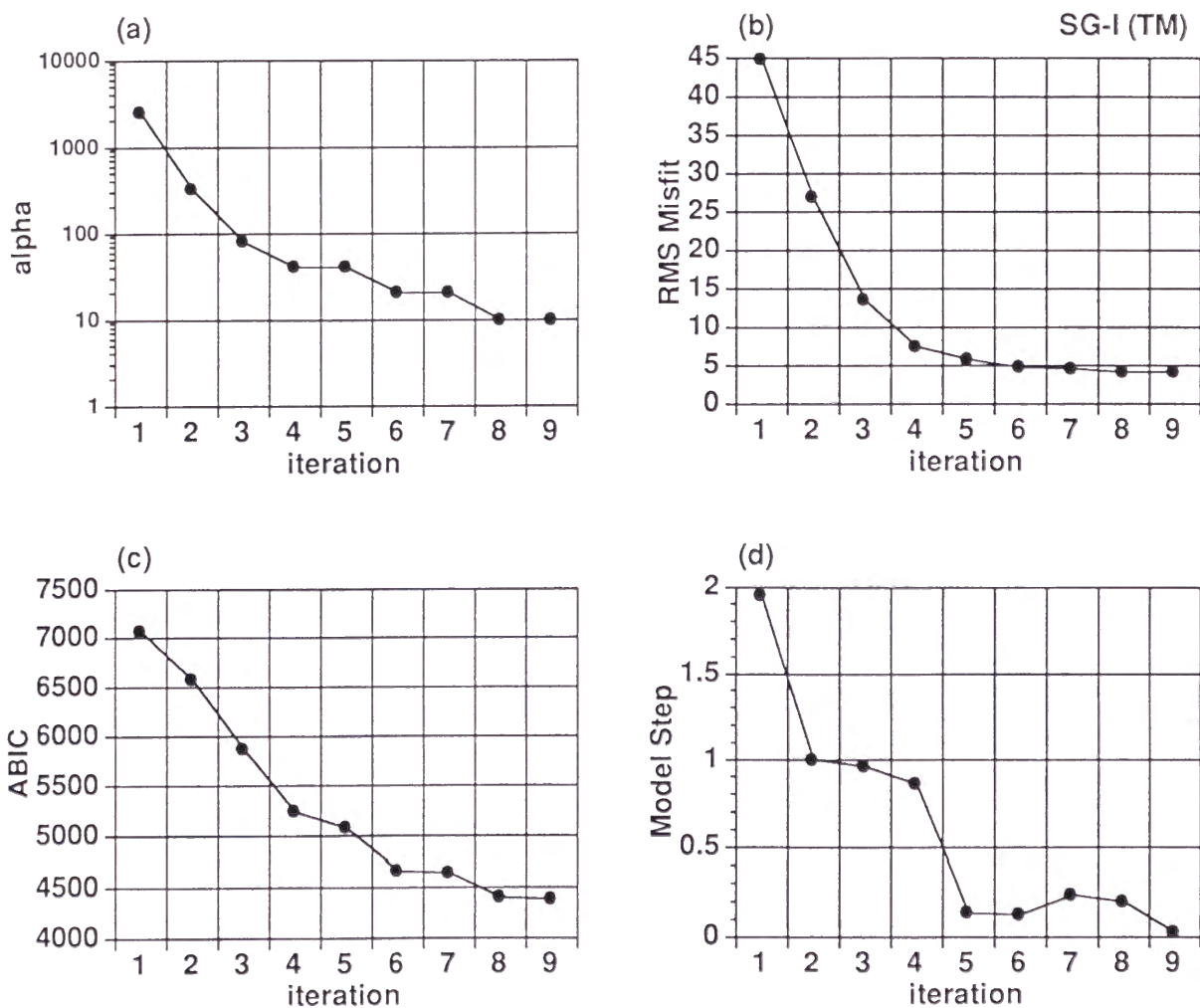
10-100s



100-1000s

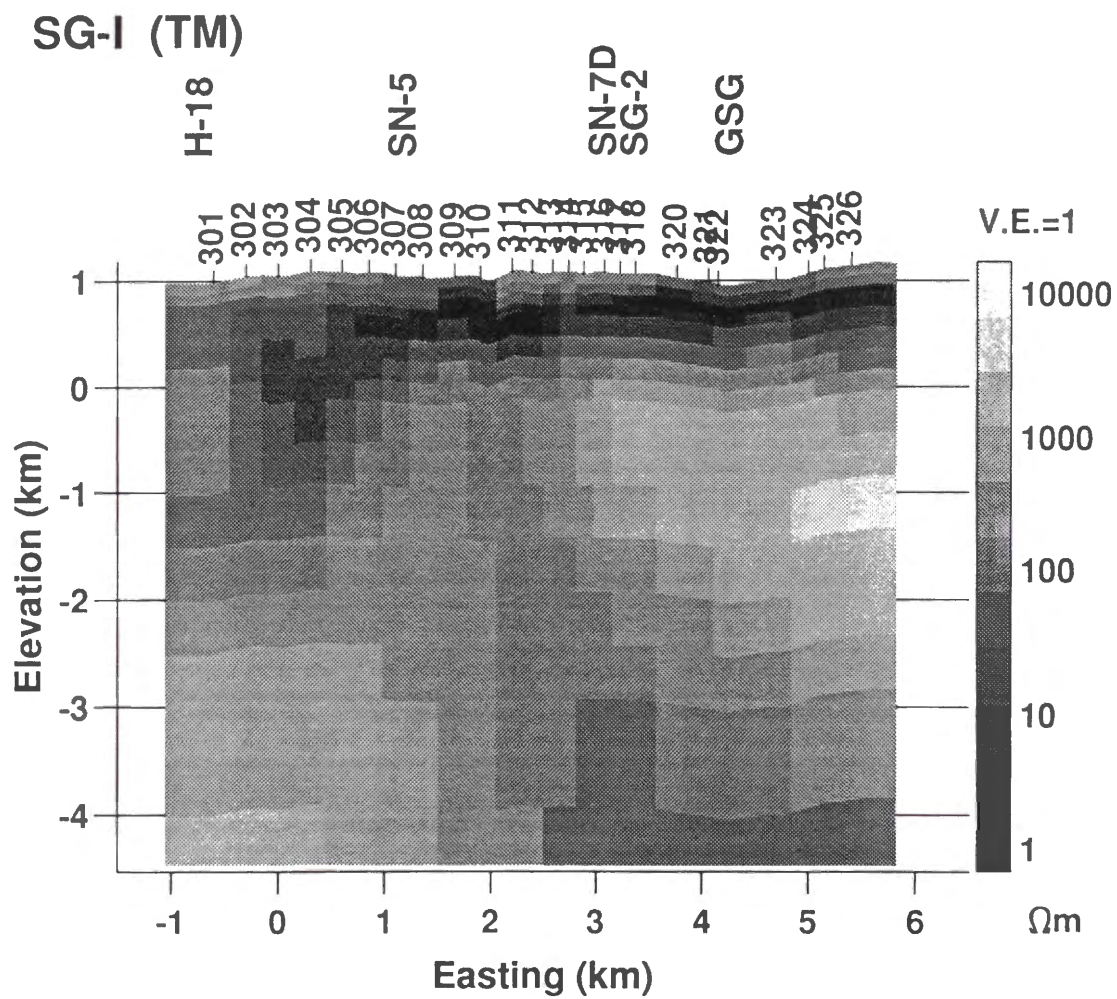


第4.5図 測線 I におけるMT法インピーダンスの主軸方向のローズダイアグラム。図の上が北を表す。主軸は90度毎に任意性があるので、各象限に同一のものがプロットされている。



第4.6図 測線 I のTMモード・データのインバージョンにおける諸量の変化。(a) 平滑パラメタ、  
(b) rms残差、(c) ABIC、および、(d) パラメタの修正量。

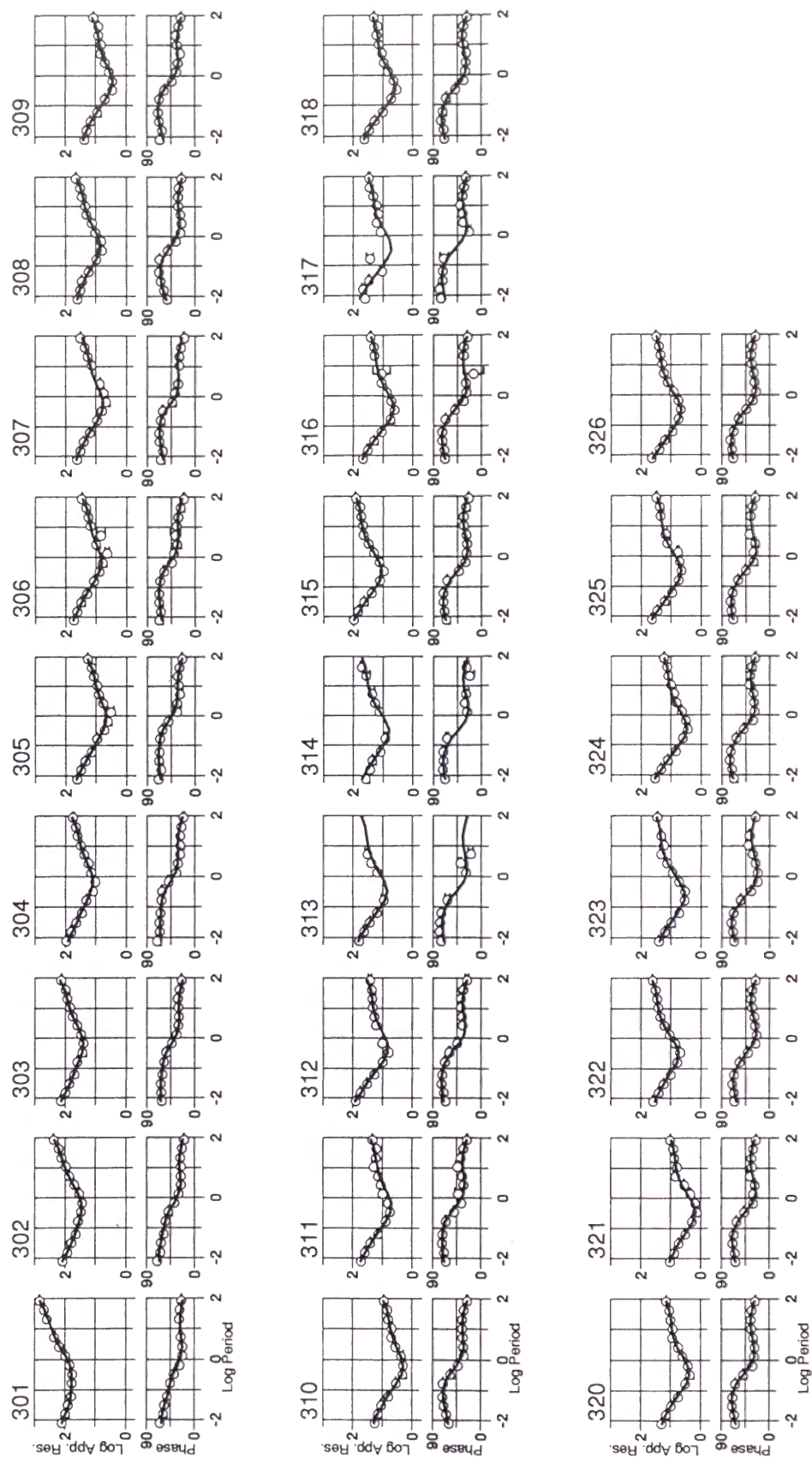




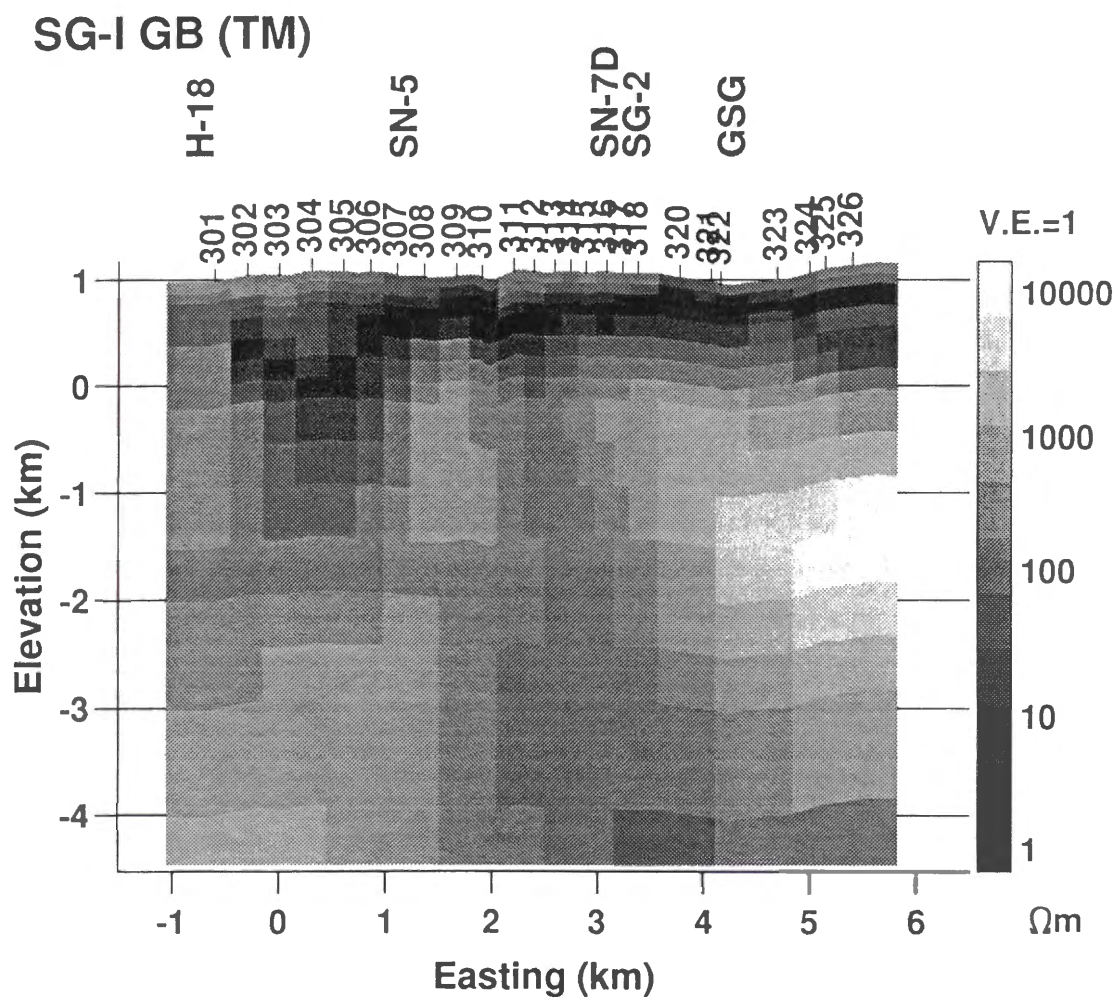
第4.7図 TMモード・データのインバージョンによって得られた測線Iの2次元比抵抗モデル。用いた周波数は0.01～128Hzの範囲の14通り。データ数は664、ブロック数は365。図の縦横比は1。



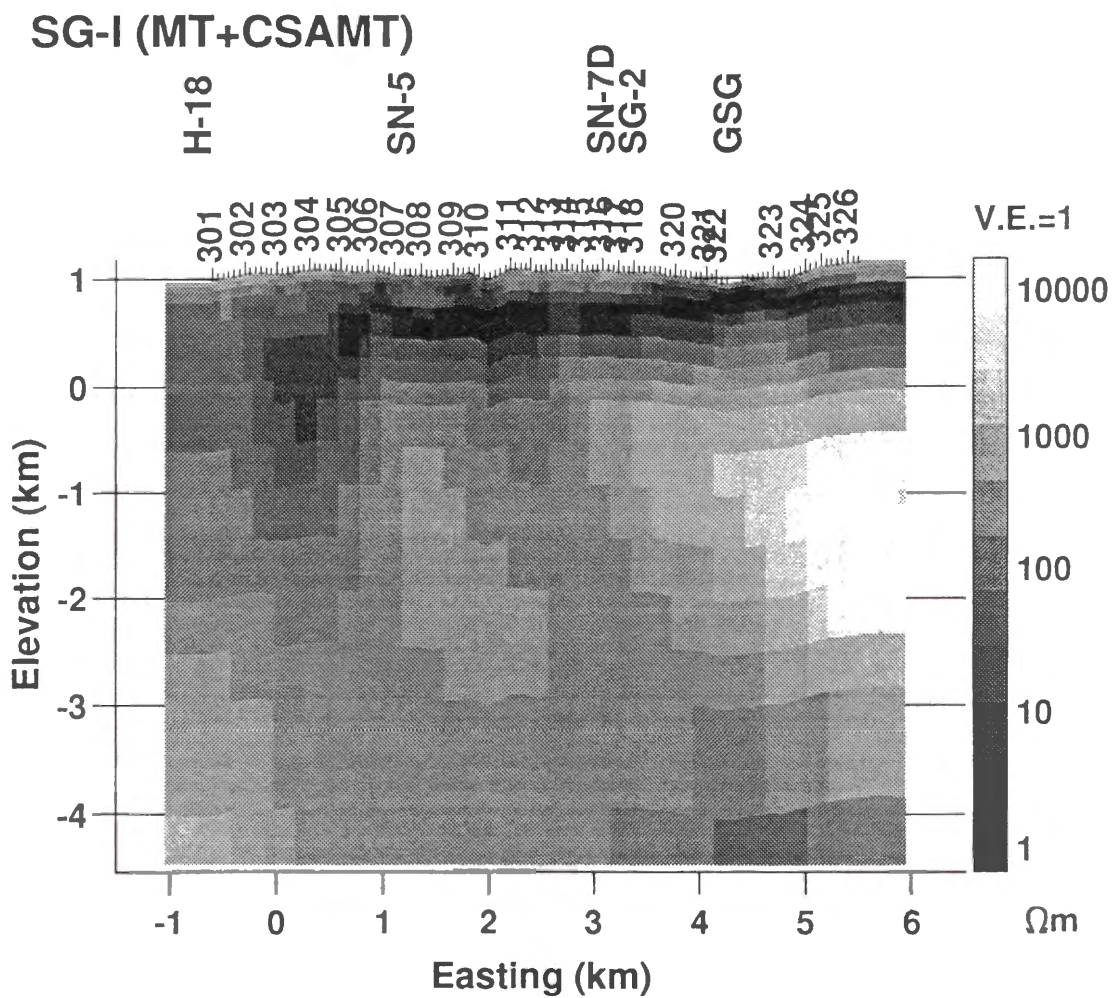
# SG-I (TM)



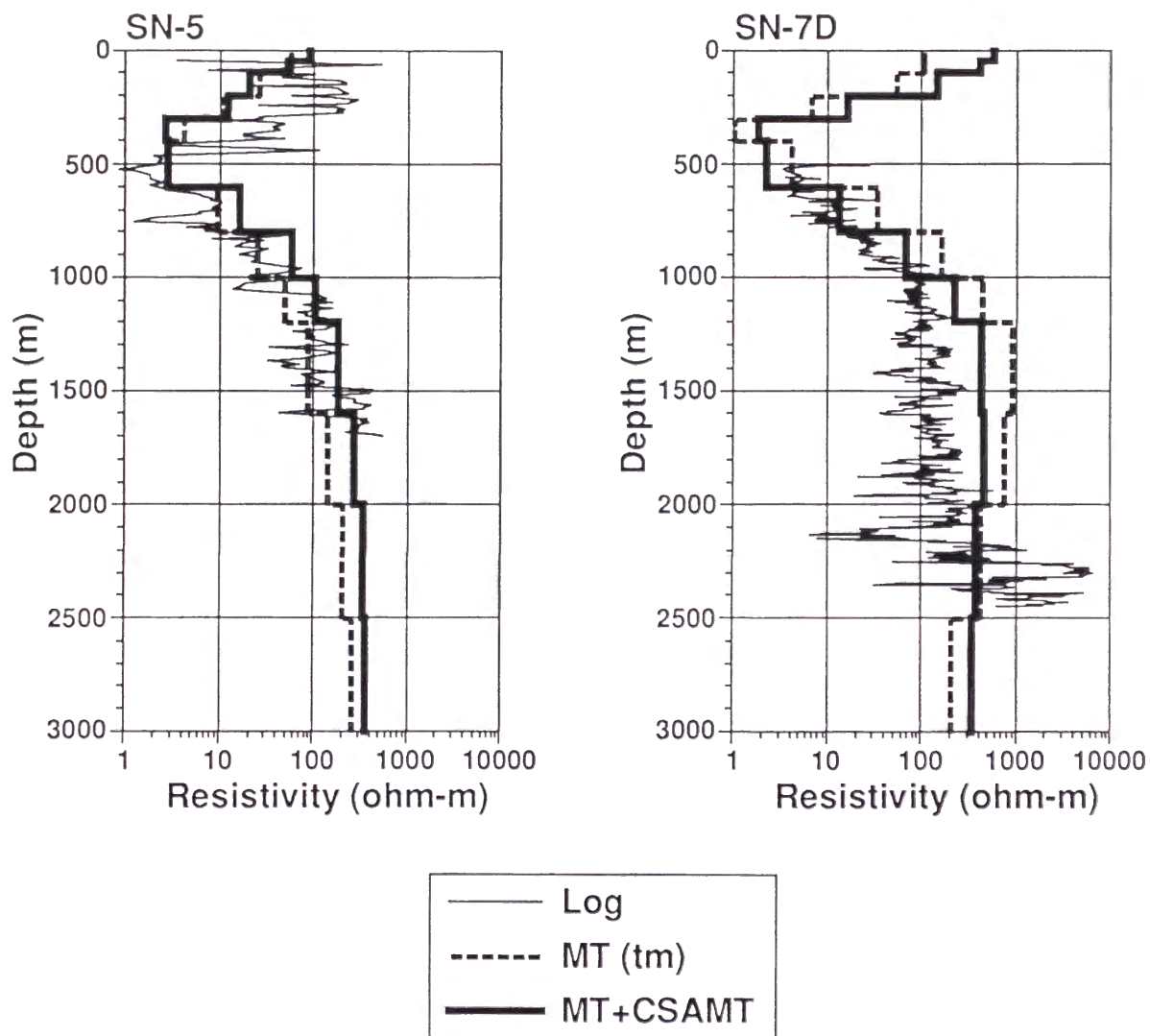
第4.8図 測線 I におけるTMモードの見掛け抵抗および位相の測定値 (白丸)と第4.7図のモデルによる計算値 (実線)。



第4.9図 Groom-Bailey decomposition を施したTMモード・データによる測線 I の 2 次元比抵抗モデル。

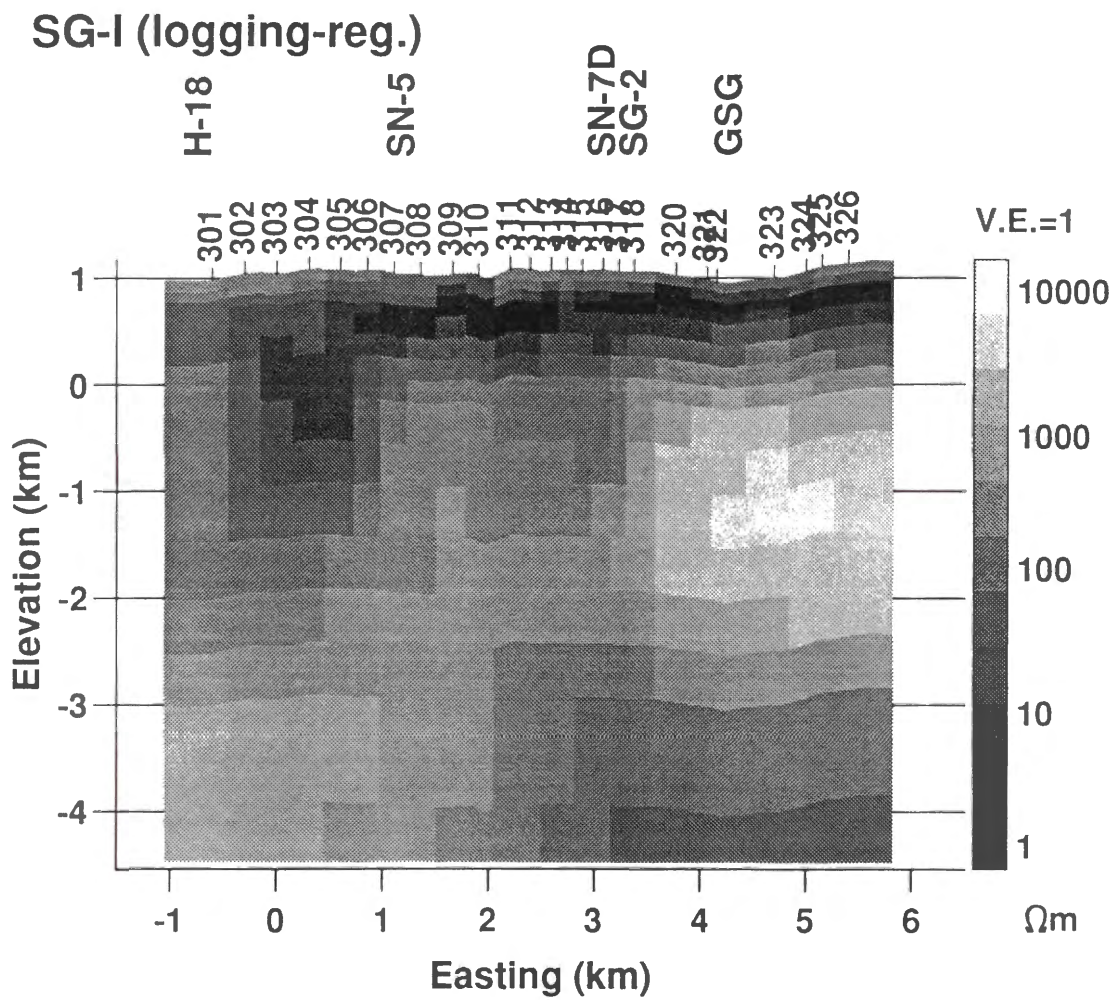


第4.10図 MT法およびCSAMT法データを用いたインバージョンによる測線Iの2次元比抵抗モデル。両方の測定が行われている測点では、MT法の見掛け比抵抗をCSAMT法のそれにつながるようにシフトした。解析に用いた周波数は0.01Hz～1kHzの17通り。ブロック数は1091。

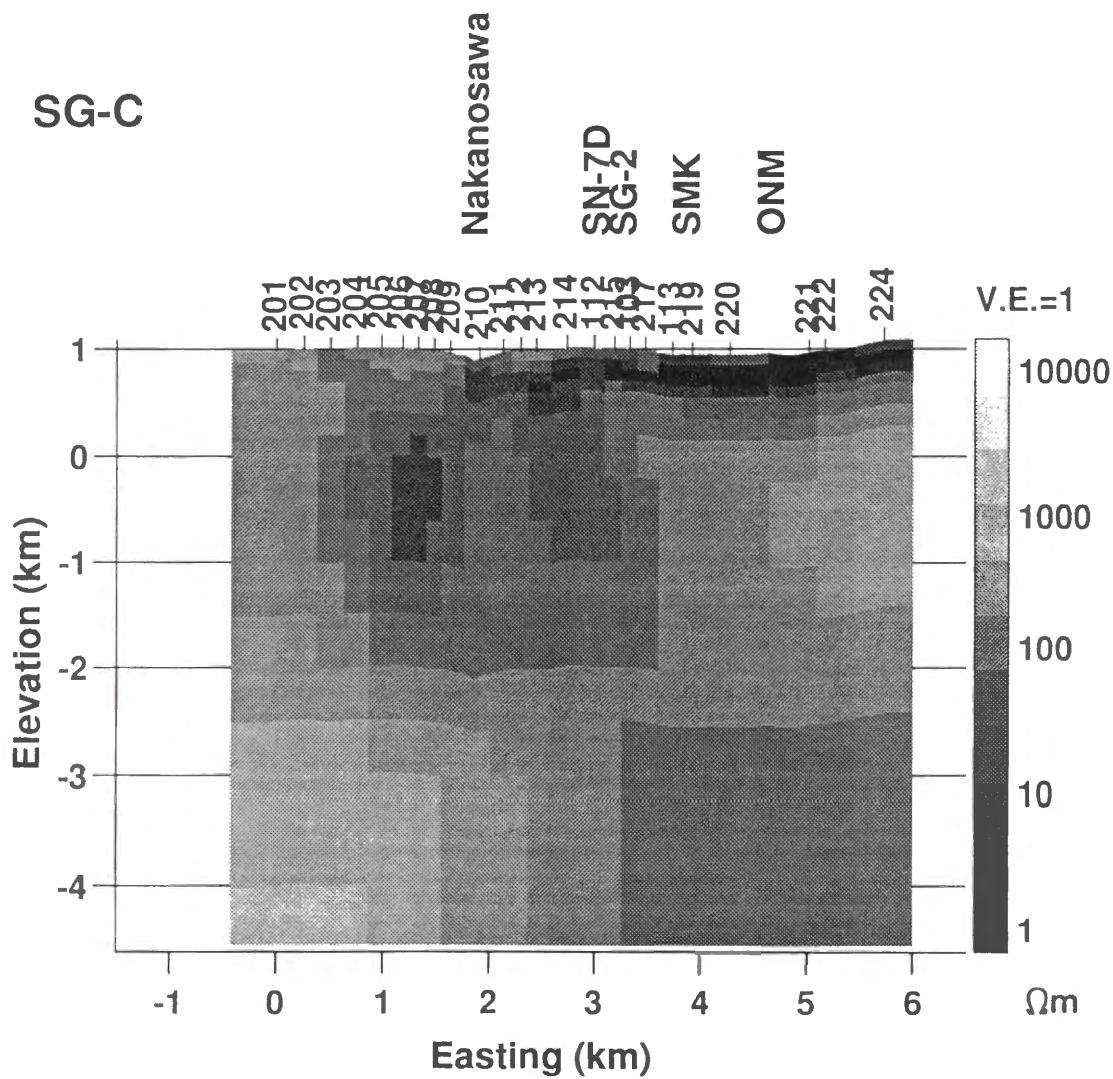


第4.11図 測線Iの2つの2次元比抵抗モデル（第4.7図、第4.10図）と、SN-5坑およびSN-7D坑の電気検層の比較。坑井に近いブロックの比抵抗を示す。破線はTMモード・データのインバージョン、太い実線はMT法とCSAMT法データを用いたインバージョンを表す。検層値（細い実線）はSN-5坑がロングノルマル、SN-7D坑はラテロログによる。





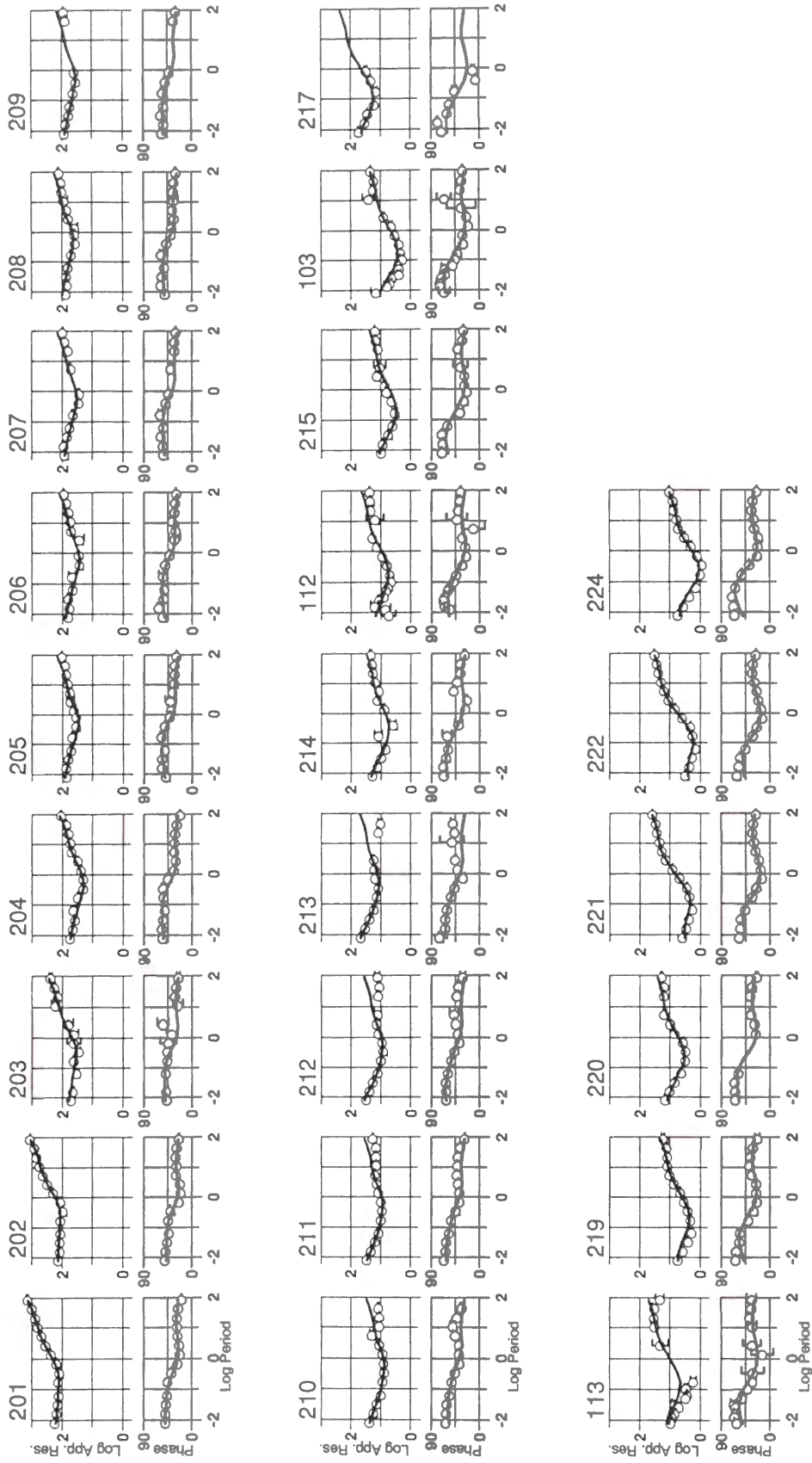
第4.12図 測線 I のTMモード・データについて検層値の制約を与えるインバージョンによって得られた比抵抗モデル。SN-5坑およびSN-7D坑で制約を与えたブロックの数は12。



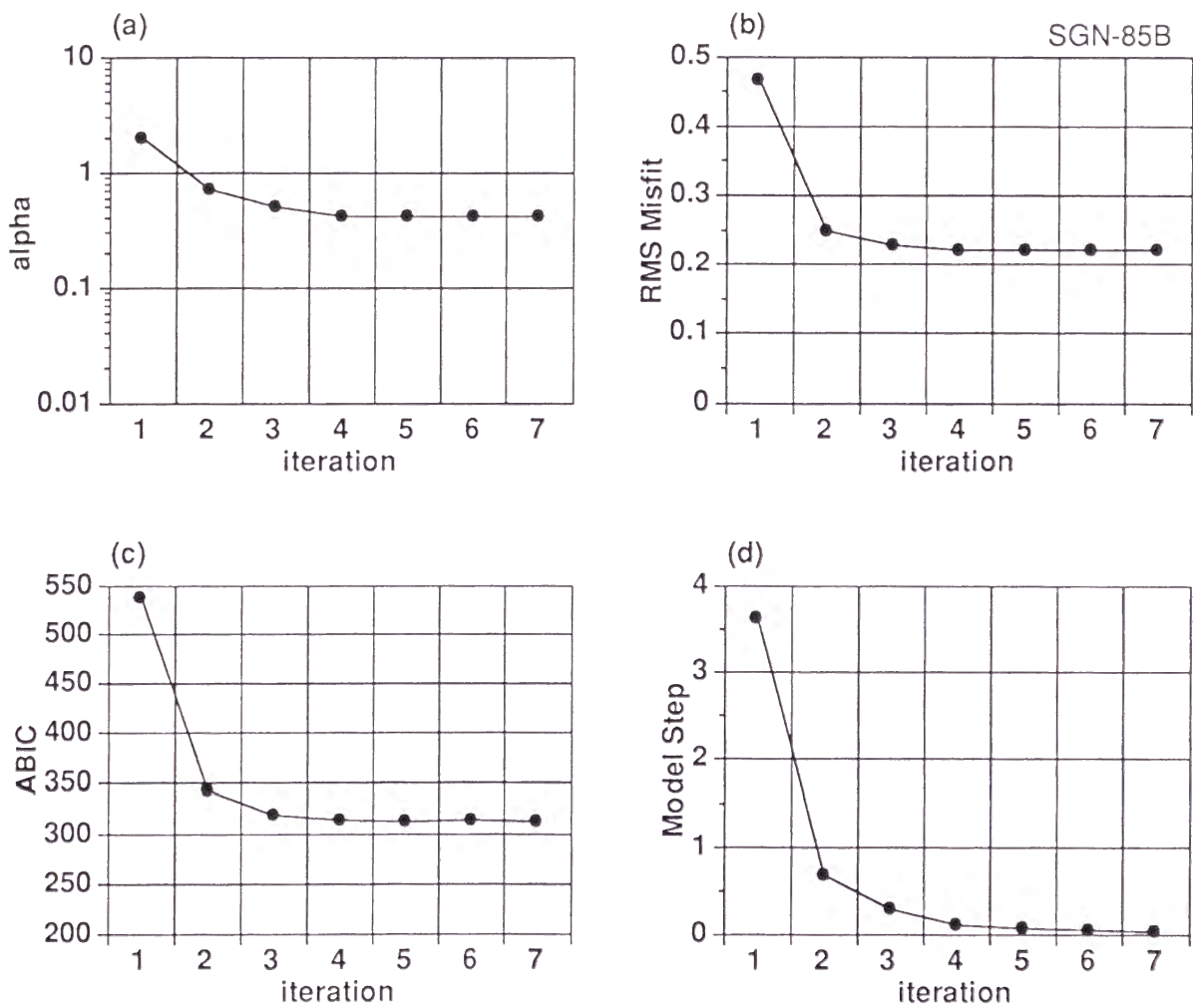
第4.13図 測線CのTMモード・データのインバージョンによって得られた2次元比抵抗モデル。用いた周波数は0.01～128Hzの範囲の14個。データ数は633、ブロック数は354。



# SG-C (TM)

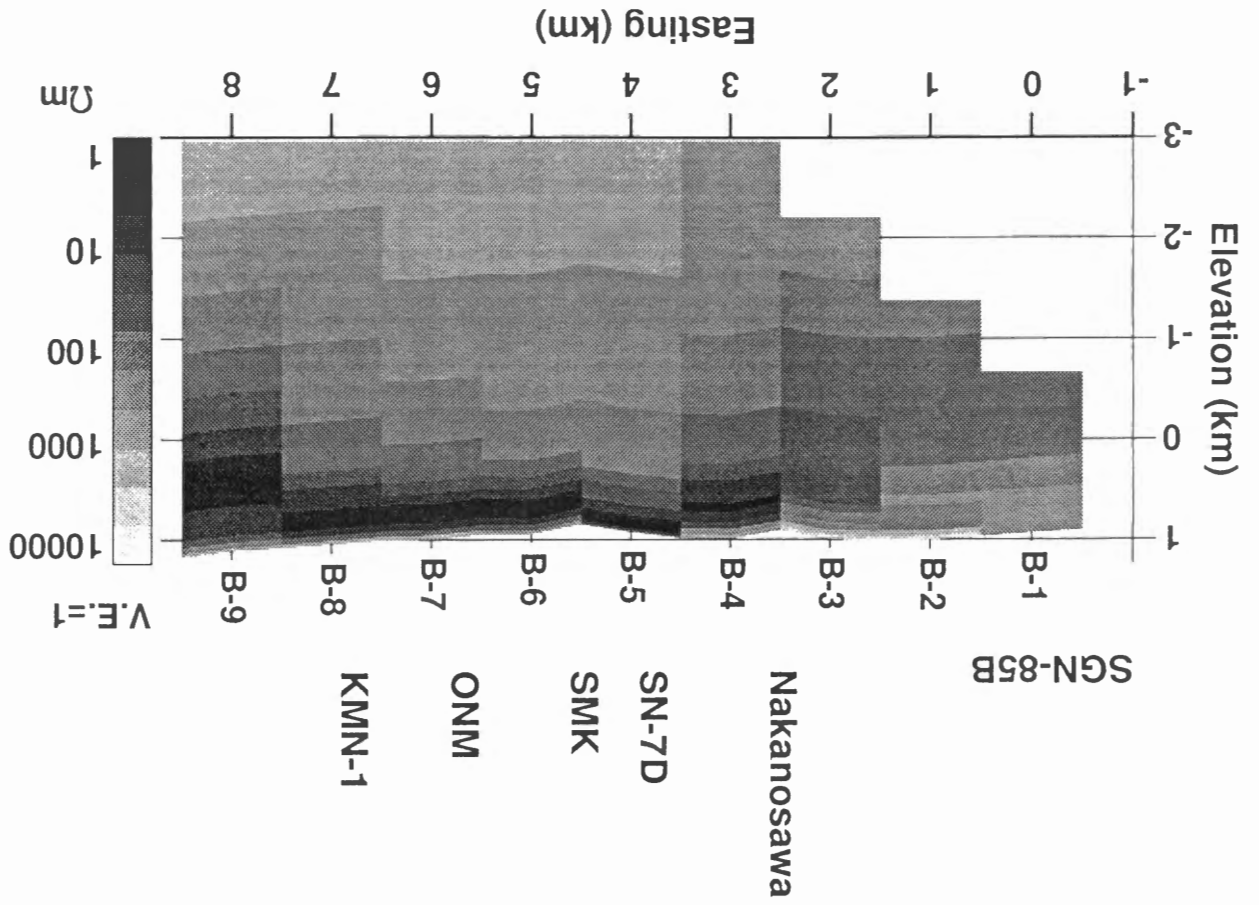


第4.14図 測線CにおけるTMモードの見掛け抵抗および位相の測定値 (白丸)と第4.13図のモデルから計算される理論値 (実線)。

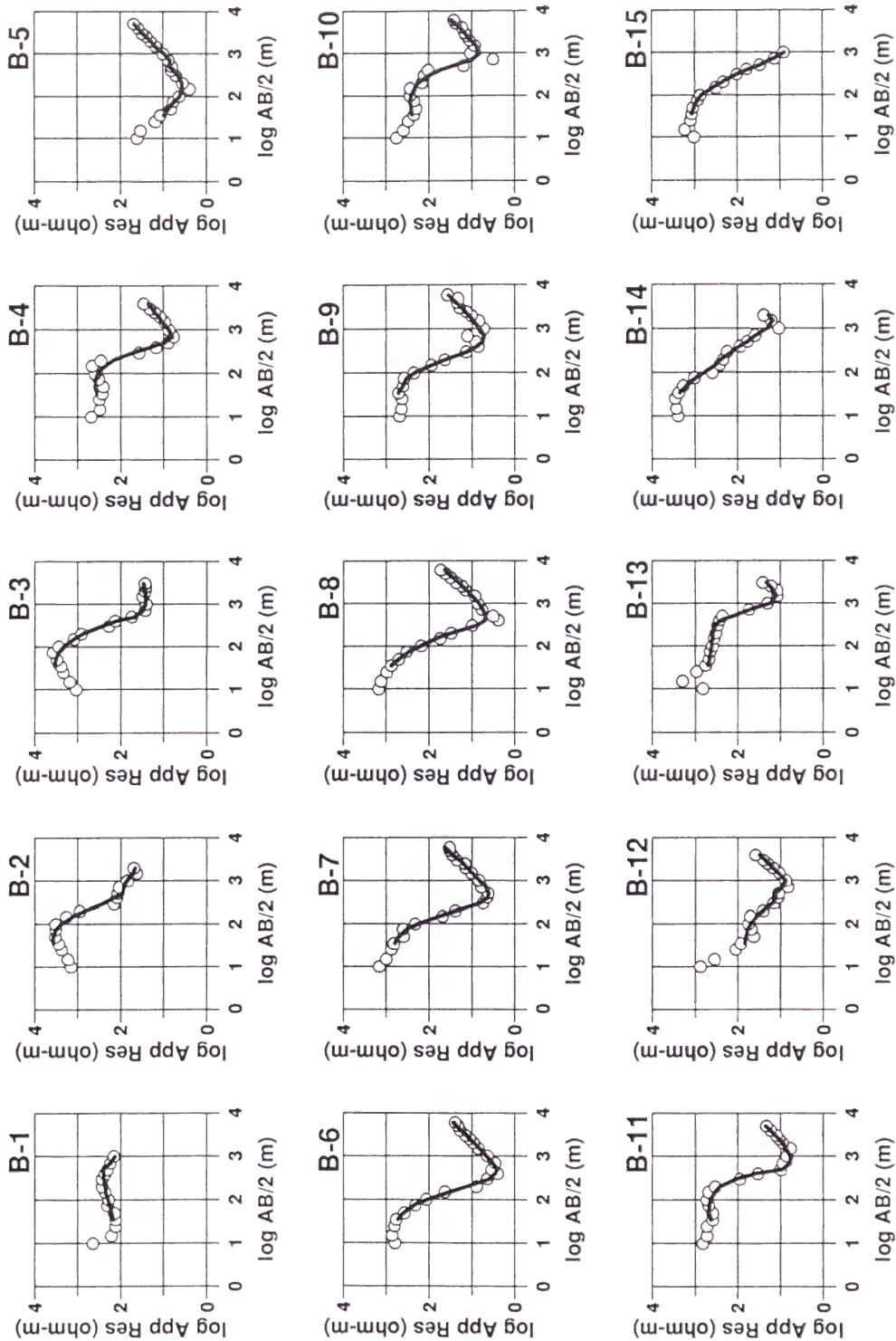


第4.15図 シュランベルジャ法測線SGN-85Bのインバージョンにおける諸量の変化、(a) 平滑パラメタ、(b) rms残差、(c) ABIC、および、(d) パラメタの修正量。

第4.16図 シュラソベルジャ法測線SGN-85Bの2次元比抵抗モデル。

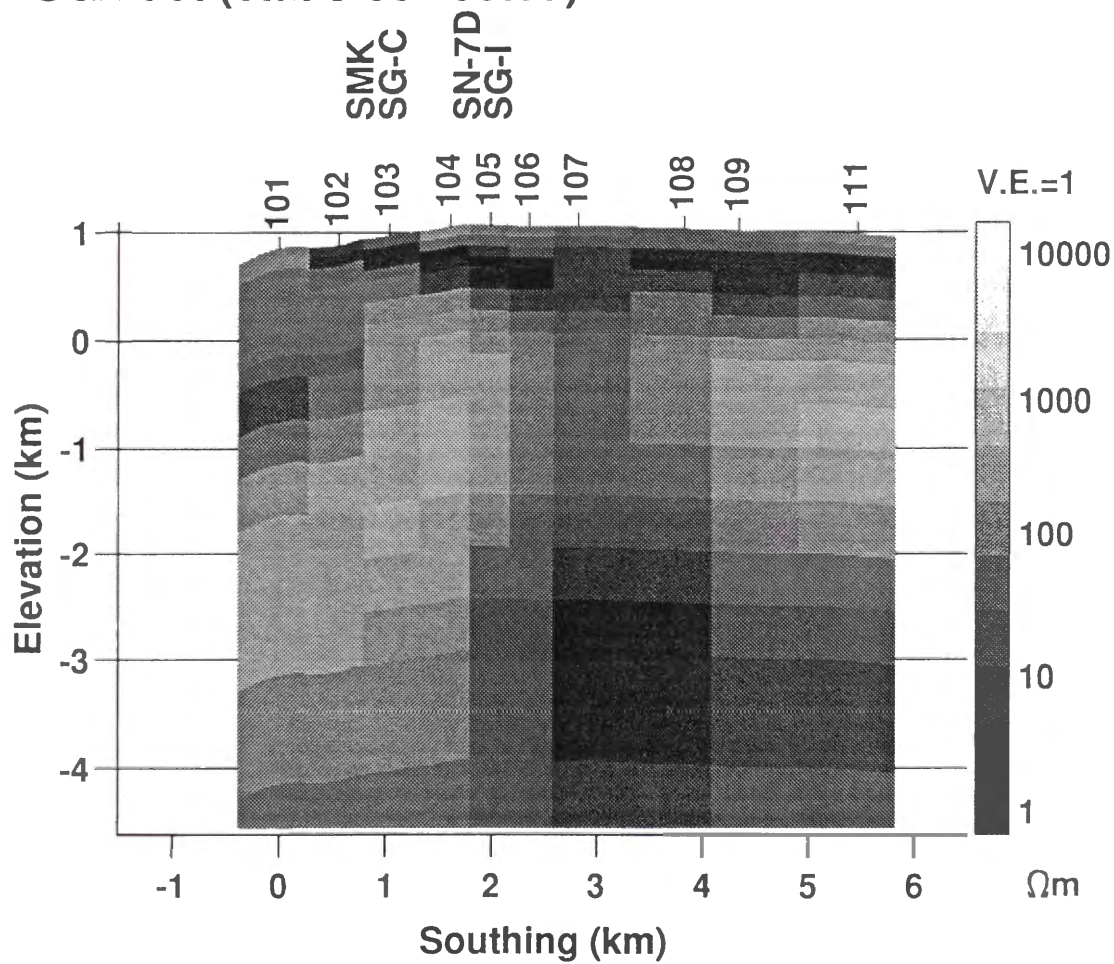


SGN-85B

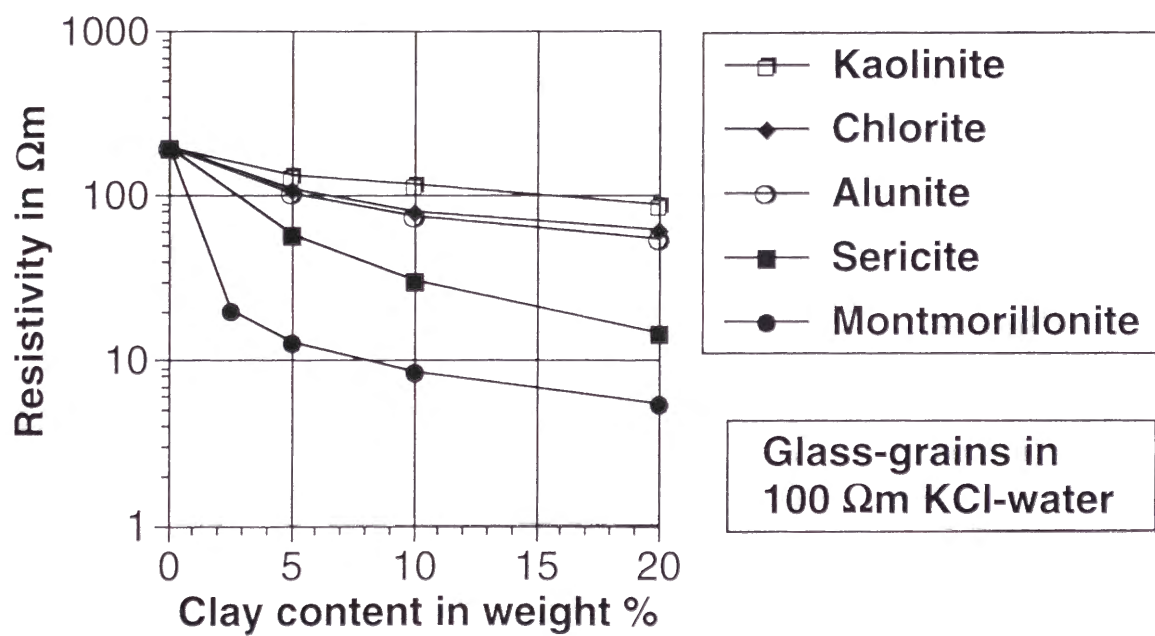


第4.17図 測線SGN-85Bの見掛け抵抗の測定値(白丸)と第4.16図のモデルから計算される理論値(実線)。

## SG2-det (static-corrected)



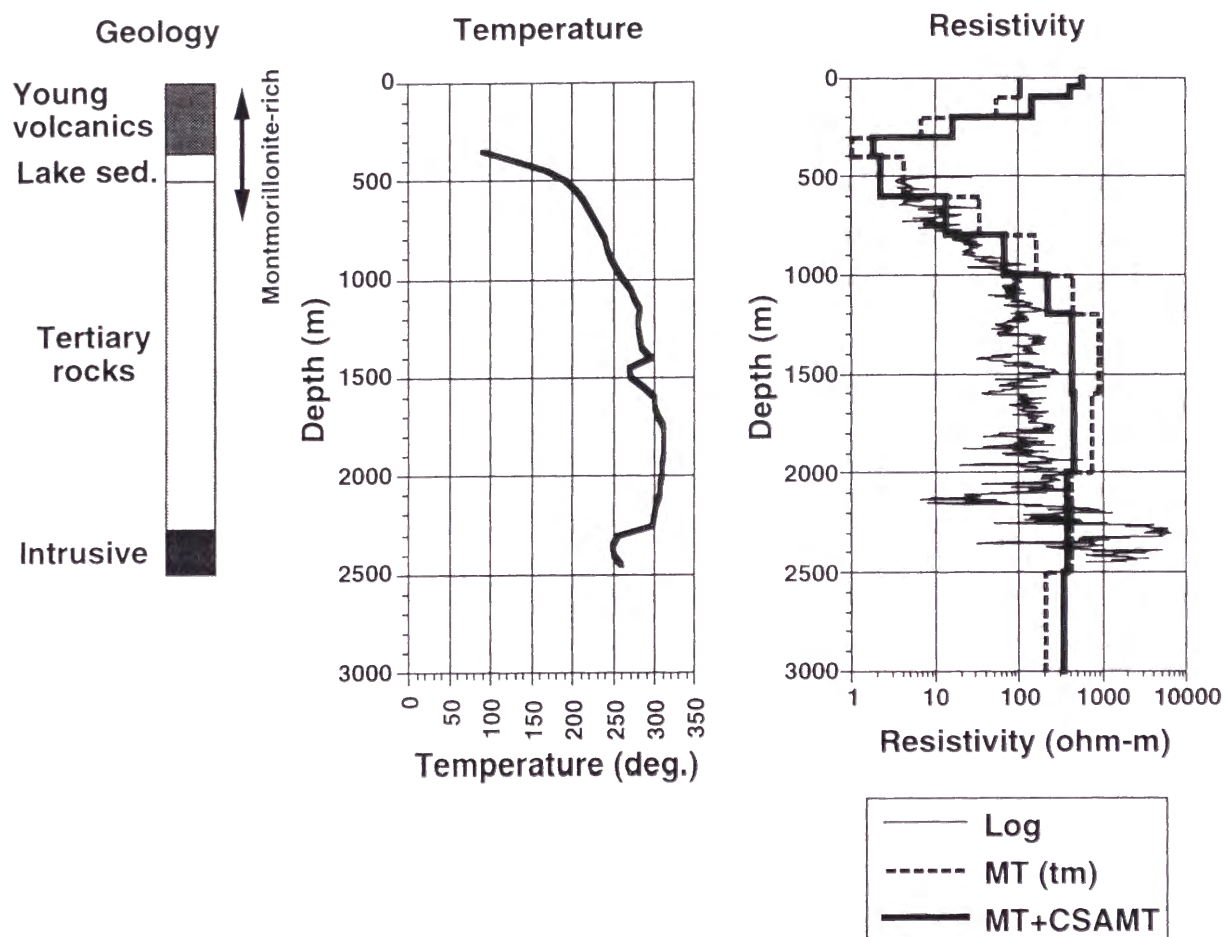
第4.18図 MT法測線2のスタティック補正後のdeterminantデータを用いたインバージョンによって得られた2次元比抵抗モデル。



第4.19図 粘土鉱物の含有に伴う比抵抗の低下（西川 (1992) より作成）。100  $\Omega\cdot\text{m}$ のKCl水溶液に直径約0.6mmのガラス粒子を満たし、それに粘土鉱物を加えて比抵抗を測定した。



SN-7D



第4.20図 坑井SN-7Dの検層データ（地質、温度、比抵抗）と測線 I の比抵抗モデルの比較。

## 5. 小坂地区のデータ解析

### 5.1 はじめに

日本における金属資源開発は金属価格の下落に起因して低迷を続けているが、それでも、金属鉱業事業団を中心に、熱水・温泉活動に伴う鉱脈型の金鉱床や、グリーンタフ地域の浅海底火山活動に伴う黒鉱鉱床などに対する探査が続けられている。両者とも、火山・熱水・粘土鉱物といった地質要素が鉱床生成モデルの主要素であり、第4章で述べた地熱資源と同様の地質環境に鉱床が存在することが多い。また、それらは共通して複雑な地質構造を呈しており、地表探査による地下構造の解明を難しくしている。電気・電磁気探査でも、地表あるいは坑井を利用する高精度な探査技術が必要とされる。

金属鉱業事業団ではそのための技術開発の一環として、1989～1991年、秋田県の小坂鉱山地域において比抵抗トモグラフィの適用実験を実施した。また、地質調査所では金属鉱業事業団と共同で同地域においてCSAMT法の測定を行った。本章では小坂鉱山上向鉱床地区において1990年に取得されたCSAMT法および比抵抗トモグラフィのデータ(金属鉱業事業団, 1991)の2次元解析について述べる。

### 5.2 CSAMT法

#### 5.2.1 データ

CSAMT法の測線を第5.1図に示す。測線は東西方向に約1.2kmの長さであり、上向鉱床の上を横切るように設定された。測点は50m間隔で配置され、測点数は25である。電位ダイポールの長さも50mであり、測線に沿って電場が連続して測定された。送信源として、受信測線から南に約7kmの位置に長さ約1.5kmの電流ケーブルが設置された。その展開方向もほぼ東西である。測定装置としてZonge社のGDP-16システムが用いられた。

ほぼ同一の測線において比抵抗トモグラフィの測定が実施されている。そのために、深さ約600mの2本の坑井、BH-1およびBH-2が掘削された。

CSAMT法の測定周波数は1~8192 Hzの範囲であるが、ファーフィールド応答を示し、十分な精度で測定された16~4096 Hzの9周波数の見掛け比抵抗と位相を2次元解析に用いることにした。したがって、信号源の影響は考慮せず、MT法の理論に従った解析が行える。信号源からは東西方向の電場信号が形成されるので、測線が2次元構造を横切っていると仮定すれば、測線沿いの電場およびそれと直交する磁場の測定によっていわゆるTMモードのスカラーインピーダンスが得られることになる。2次元インバージョンはTMモードで行った。

### 5.2.2 インバージョン

比抵抗  $30 \Omega \cdot m$  の均質大地を初期モデルとし、すべてのデータに測定誤差3%に相当する重みを与えてインバージョンを行った。有限要素法メッシュには測線に沿う標高データを組み込み、地形の影響を考慮した。データ数は430、ブロック数は256である。各反復におけるrms残差等の変化を第5.2図に示す。平滑パラメタは反復につれて徐々に小さくなり、6回目の反復以降では同じ値が選択された。rms残差は6回目以降は約2.0の値のままほとんど変化せず、また、ABICも7回目ではほとんど変化しなくなった。パラメタの修正量は9回目ではほぼ零になった。このインバージョンでは非常に安定にモデル修正が進んで収束したことがわかる。一般に、データ品質の高いCSAMT法のデータはMT法に比べインバージョンを安定に行うことができる。

9回目の反復で得られた2次元比抵抗モデルを第5.3図に示す。坑井BH-1(および測点120)の位置を原点としている。また、ブロックの比抵抗の信頼区間を標準偏差として示したものを第5.4図に示す。さらに、見掛け比抵抗および位相の測定値、および、第5.3図のモデルから計算される理論値を第5.5図に示す。大局的な比抵抗分布として、BH-1坑の浅部およびBH-2坑の東には高比抵抗異常が見られる。BH-1坑およびBH-2坑の海水準付近には低比抵抗部がある。ブロック比抵抗の信頼区間を見ると、浅部のブロックにつ

いては信頼区間が小さく精度よく比抵抗が推定されていることがわかる。深くなるにつれて全般的に比抵抗の決定精度は低下する。とくに、2本の坑井の周辺において、大きな比抵抗変化がある部分では比抵抗の決定精度は良くない。

第5.5図では見掛け比抵抗と位相のフィッティングは非常によい。ただし、それでも最終的なrms残差は約2である。初めに仮定した3%の相対誤差は過小評価であり、測定値には平均してそれより約2倍の誤差が含まれていたと推定できる。

### 5.3 比抵抗トモグラフィ

#### 5.3.1 データ

比抵抗トモグラフィの測定は、坑井BH-1およびBH-2を囲むようにいくつかの測線において実施されたが、ここでは、CSAMT法と同じように、2本の坑井を通る東西方向の測線のデータについて解析を行うことにする。測定の配置を第5.6図に示す。電極配置には二極法を採用し、電流の遠電極 $C_2$ および電位の遠電極 $P_2$ はそれぞれ測線の北方および南方に約3km離して設置した。測線長が1800mの地表測線および深さ約600mの2本の坑井内に20m間隔で電極を設置した。電極数は地表測線が91、坑井BH-1内が28、坑井BH-2内が30である。測定に用いた装置は応用地質(社)製のMcOHM-21である。あらかじめ設置した多くの電極をソフトウェア制御によって順次切り替えて測定を行うことができる。送信電流の最大値は約200mAである。

電流電極 $C_1$ は電極を2つあるいは3つおきに移動させるようにし、基本的に残りのすべての電極を電位電極 $P_1$ として順次測定する。ただし、測定装置の入力ケーブル数の制約のため、測定区間を3つに分け、坑井BH-1の西側(地表電極1～31とBH-1)、2本の坑井と地表電極31～61、および、BH-2の東側(地表電極61～91とBH-2)について、別々の測定が行われた。データ数はそれぞれの区間で954個、3184個、1069個である。これらのデータには同一の電極ペア( $C_1$ - $P_1$ )のものや、相反のペア( $C_1$ と $P_1$ が逆)のものがある。重複のある電極ペアについて、多くの場合、同じ程度の測定値が得られているが、

約50組では電位差が30%以上異なっている。それらはどちらか一方あるいは両方の電極が坑井内に置かれた配置によるものである。重複のあるペアについては、電位差の平均から見掛比抵抗を計算した。また、厳密な測定誤差の評価とは言えないが、測定値の差から測定誤差を見積った。

### 5.3.2 トモグラフィデータの解析

測線全体を一度に解析するには大きな有限要素法のメッシュが必要であり、プログラムの容量が非常に大きくなる。そこで、地表測線の両端部の電極を解析から除くことにした。解析に用いたのは59個 (17~75) の地表電極と 2 本の坑井内の電極であり、計117個である (第5.6図)。

2組のデータセットを作成した。1つは117個の電極のすべてを用いるもの (Fineモデル)、もう1つは、さらに2点毎にまびいて59個の電極を用いるものである (Coarseモデル)。Fineモデルのデータ数は3470、Coarseモデルのそれは1123である。

有限要素法メッシュの要素の大きさは、解析の対象領域で一辺10mの正方形を基準とし、その周囲では外側に向けて徐々に大きくなるようにした。正方形要素の個数は152×78である。実際には正方形を2つの三角形要素に分割して計算を行っている。地形が平坦な均質大地に対する有限要素法の計算において、見掛比抵抗の数値誤差の最大値は約3%であるが、多くのデータで1%以下になっている。また、Fineモデルでは、電極間隔の最小が20mであるが、それにはこのメッシュは粗すぎるので、 $C_1$ - $P_1$  間距離が30m以下のデータは解析から除くことにした。

インバージョンではいくつかの要素をグループ化してブロックを作り、1つのブロックには1つの比抵抗値を与えて未知数として扱う。Fineモデルでは一辺20mの正方形ブロックとし、Coarseモデルでは一辺40mの正方形ブロックとした (第5.7図)。これで、地表および坑井に沿う部分では1つの電極には1つのブロックを対応させることができる。ブロック (未知数) の総数はFineモデルで1570、Coarseモデルで406である。また、解析対象領域の周囲については、電極から遠く感度が小さいので、大きなブロックを配置し

た。

(2-5)式の行列Cには1次元1次の差分オペレータと2次元2次のラプラシアン・オペレータの2通りを用いた。前者では、あるブロックの比抵抗は右および下隣りのブロックとは比抵抗があまり異ならないという制約（比抵抗分布が平坦）を表し、後者では、あるブロックの比抵抗は左右上下のブロックによる比抵抗分布からあまり突出しないという制約（比抵抗変化が一定）を意味する。前者をFlatness、後者をSmoothnessの平滑化制約と呼ぶ。

初期モデルは $100\ \Omega\cdot\text{m}$ の均質大地とした。インバージョンは重みつき最小二乗法によって行うが、重複する測定値については推定した測定誤差をもとに重みを与えた。ただし、測定誤差が3%以下のとき、および、重複のない測定値については、測定誤差は3%であるものとして重みを与えることにした。

Coarseモデルについて、インバージョンの各反復における平滑パラメタ、rms残差等の変化を第5.8図に示す。インバージョンはあまり安定ではなく、3~4回目以降、反復が進んでもrms残差やABICが前回の反復よりも増加してしまうことが頻繁に生じた。これは、(2-4)式の行列Aによる線形化が適当でないためと考えられる。それで、そのような場合には、比抵抗の修正量を(2-7)式で得られる解による修正量の半分にする操作を加えた。それでもrms残差が増加する場合もあるが、そのときはそのまま半分の修正を与えることにした。その結果、5~6回の反復でパラメタの修正量は小さくなり、rms残差もほとんど変化しなくなって、ほぼ収束したと判断できるようになった。しかし、最終的なrms残差は約3.5と大きい。Noise floorが3%であることから、測定値には平均的に10%程度の測定誤差が含まれていることがわかる。大きな誤差は主に電極が坑井内に置かれたときのデータに対して生じている。

Flatness制約およびSmoothness制約のインバージョンによって得られた最終的な比抵抗モデルを第5.9図および第5.10図に示す。また、Flatness制約のモデルのパラメタの信頼区間を標準偏差で表したものを第5.11図に示す。さらに、見掛け比抵抗の測定値とFlatness制約のモデルによる見掛け比抵抗の計算値を第5.12図に示す。第5.12図では解析に用いた



電極を番号順に座標軸にとって示してある。番号1～30が地表電極、31～44がBH-1内、45～59がBH-2内の電極である。見掛け比抵抗の全体的な傾向は測定値と計算値で一致しているが、測定誤差による細かな見掛け比抵抗の変化は理論値では説明できないので、残差として残る。パラメタの信頼区間は地表および坑井の近くのブロックで小さく、比抵抗が精度よく決定されていることがわかる。2本の坑井の中間で深い部分はすべての電極から離れているので、ブロック比抵抗の決定精度が良くないことが明らかである。

Flatness制約とSmoothness制約のモデルを比較すると、2本の坑井の中間部の比抵抗の信頼性が小さい部分を除き、大局的な特徴はほとんど一致している。たとえば、坑井BH-2の西側にある低比抵抗異常は両者のモデルでよく似ており、2つの深度に分かれているのがわかる。BH-1坑では、浅部に顕著な高比抵抗異常があり、右下に伸びてBH-2まで続いているようである。

次に、FineモデルについてFlatness制約のインバージョンによって得られた比抵抗モデルを第5.13図に示す。また、Fineモデルの見掛け比抵抗を第5.14図に示す。地表電極はNo. 1～59、BH-1内はNo. 60～87、BH-2内はNo. 88～117である。インバージョンは6回目の反復ではほぼ収束した。最終的なrms残差は3.47であり、Coarseモデルのそれと変わらない。比抵抗分布は電極の近傍で詳細な構造が捕らえられており、それによって電極から離れたところの比抵抗もCoarseモデルよりも精度よく求まっていることが期待される。大局的な分布はCoarseモデルと同じであるが、BH-1の浅部から東に伸びる高比抵抗層の形状が少し異なる。坑井間の深部（標高-400m付近）の高比抵抗も顕著になっているが、この場所はデータに対する影響が小さいので不確かである。

### 5.3.3 地表データの解析

比抵抗トモグラフィで取得されたデータのうち、地表の電極を使ったデータだけを用いた解析を行い、坑井を利用することの優位点を検討する。

地表測線には91個の電極が配置されている。比抵抗トモグラフィの解析ではそのうちの中央部のものを用いた。ここでは91個の電極をすべて用いて解析を行う。測線長は

1800mであるが、前述のように、測定が西、中央、東の3区間に分かれていたため、二極法による電極間隔 ( $C_1$ - $P_1$  間距離) の最大値は600mである。比抵抗トモグラフィの解析と同様の手順に従ってインバージョンを行った。データ数は844、ブロック数は656である。浅部のブロックは一辺が20mの正方形であり、データへの影響の小さい深部のブロックは大きくしている。100  $\Omega \cdot m$  の均質大地を初期モデルにして反復修正によるインバージョンを行い、5回目の反復でほぼ収束した。

得られた比抵抗モデルを第5.15図に示す。また、見掛比抵抗の測定値と計算値を第5.16図に示す。最終的なrms残差は約2.4であり、坑井電極を用いるトモグラフィの約3.5より改善されている。これからも、地表電極を使った測定の方が正確に電位差を測定できていることがわかる。電極間隔が小さいので、浅部の構造は詳細に求められている。しかし、トモグラフィのモデルと比べると、比抵抗が正確に求められているのは深度200m程度までであって、それ以深の構造は不正確である。坑井BH-1付近に存在する高比抵抗異常は1つの大きな異常として捕らえられている。BH-2の東側にも大きな高比抵抗異常が存在する。2つの坑井の間は全般的に低比抵抗であり、低比抵抗層はBH-2を過ぎて東側にも伸びているようである。この伸びは、トモグラフィのモデルではBH-2を境に途切れているように見える。この不一致は、坑井内電極を用いた測定データに偏りがあるためではないかという疑問を示唆する。ただし、二極法の電極の組合せがBH-2坑を境に連続ではないことにも注意を要する。

#### 5.4 地質データとの比較

CSAMT法および比抵抗トモグラフィの解析結果を地質データと比較する。坑井BH-1およびBH-2、さらに、測線周辺に掘られた調査井のデータをもとに推定された地質断面を第5.17図に示す (Hishida et al., 1992)。BH-1とBH-2の坑底には新第三紀以前と推定される堆積層が捕らえられている。その上位には新第三紀の凝灰岩・角レキ岩・流紋岩等の層 (上向層)、軽石・凝灰岩層 (赤森層) が分布し、それらに流紋岩や安山岩等が貫入して

いる。これらの新第三紀層はグリーンタフ層と呼ばれる。地表は厚さ100m程度の第四紀火山噴出物(十和田火山)で覆われている。上向黒鉾鉾床はBH-1坑の東側、新第三紀凝灰岩層中に存在する。

CSAMT法のモデル(第5.3図)、トモグラフィ解析および地表データ解析による比抵抗モデル(第5.13図および第5.15図)は基本的に整合的であり、それらを地層区分と対比すると以下のようなになる。

1) 十和田火山噴出物は基本的に  $100 \Omega \cdot m$  以上の高比抵抗であり、特にBH-2坑の東側で顕著である。

2) 貫入岩は高比抵抗異常を形成している。高寺山流紋岩はすべての比抵抗モデルで顕著な高比抵抗異常になっている。大森山安山岩については、BH-2坑の東側のものは規模が大きいのですべての比抵抗モデルで捕らえられている。坑井間の岩体はトモグラフィ解析のモデルで明瞭であるが、他のモデルでは明らかではない。

3) 赤森凝灰岩層および上向層は全体的で低比抵抗であり、 $10 \Omega \cdot m$  程度まで低くなるところもある。

4) 先新第三紀層は比較的到高比抵抗であるが、深部にあるため比抵抗を定量的に示せない。

5) 黒鉾鉾体は高寺山流紋岩の高比抵抗部と上向層の低比抵抗部の境界付近に位置し、トモグラフィ解析では低比抵抗として得られている。

3つの比抵抗モデルの中では、トモグラフィ解析のものが地質構造を最も良く再現しているようである。とくに、深部構造については、坑井内電極を用いることによって、より正確に捕らえることができている。しかし、坑井内の測定は地表測定に比べて電線のリークや干渉などの危険性が高く、見掛比抵抗値を正しく求めるには十分な注意が必要である。データの品質が最終的な比抵抗モデルに与える影響は大きい。たとえば、BH-2坑浅部の赤森層の低比抵抗部はトモグラフィ解析のモデルでは途切れて解析され、坑井の西側に顕著な低比抵抗異常を作ってしまうている。これは偽像である可能性が強い。かえって地表データ解析のモデルやCSAMT法のモデルの方が忠実に捕らえている

ようである。

同じ比抵抗トモグラフィデータを用いた2次元解析はすでに金属鉱業事業団によって行われている (Hishida et al., 1992)。解析にはアルファセンター法 (Shima, 1990) が用いられた。使われたデータは厳密には同じではないが、Hishida et al. (1992) に示された解析結果は、本研究での解析結果に比べ、全体的に比抵抗変化の乏しいモデルになっている。そのため、高寺山流紋岩による高比抵抗部は捕らえているが、坑井間の大森山安山岩による高比抵抗は捕らえていない。つまり、本研究で開発したインバージョン手法の方が、データに含まれる情報を多く引き出し、現実に近い比抵抗モデルが得られていると判断できる。

## 5.5 まとめ

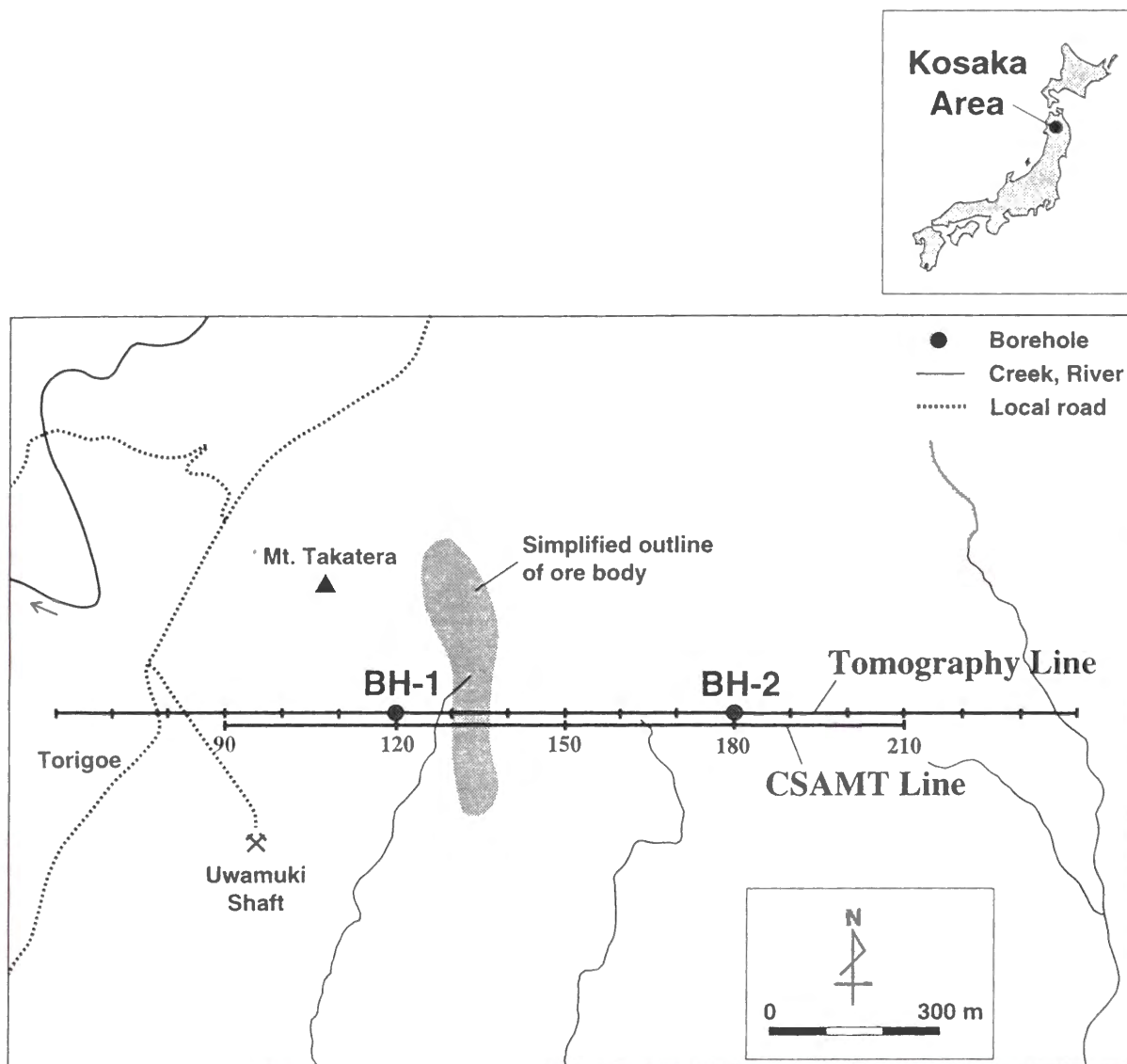
小坂鉱山上向鉱床において取得されたCSAMT法および比抵抗トモグラフィのデータに2次元インバージョン解析を適用した。CSAMT法データのインバージョンは数値実験と同様に安定に行えたが、比抵抗トモグラフィのインバージョンではパラメタ修正にダンピングの操作が必要であった。

比抵抗トモグラフィのデータについては、坑井データを使うトモグラフィ解析と地表データだけの解析の2通りを行い、坑井データの有効性を検討した。一般的には、坑井内に電極を置くことによって、深部の比抵抗構造を正確に求めることができた。しかし、坑井内測定は実施面の難しさもあり、品質の高い測定値を得るには慎重な測定が要求される。坑井を用いたデータが悪い場合、無理にそれに合わせようとして偽の比抵抗異常が生じてしまうことがある。

CSAMT法と比抵抗トモグラフィのインバージョン結果は大局的には調和する。深部構造については比抵抗トモグラフィ・モデルの方が分解能が高く、正しい比抵抗分布が得られていると思われる。

比抵抗モデルを坑井調査による地質推定断面と比較すると、グリーンタフ層中の凝灰

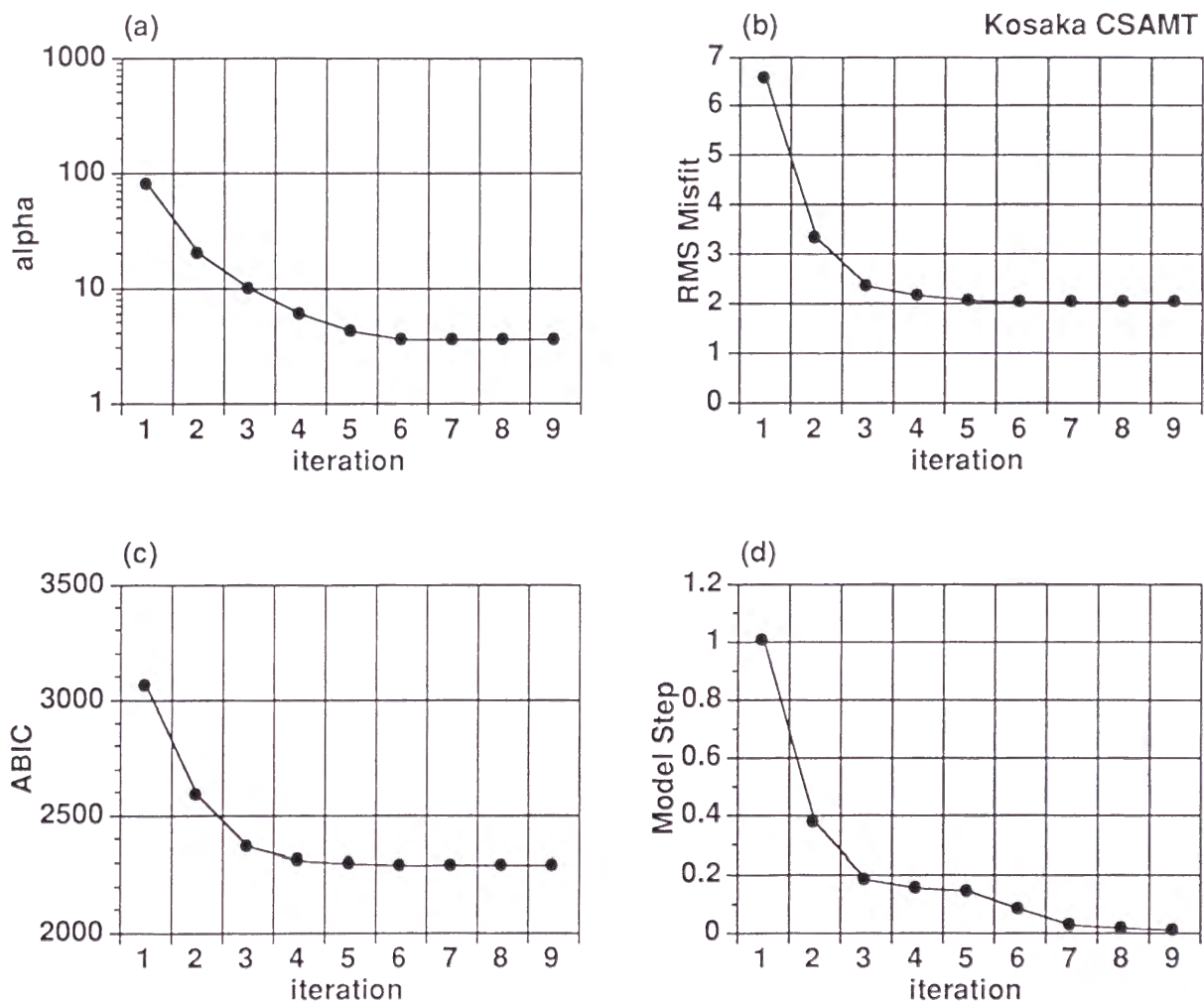
岩・角レキ岩等に富む層は低比抵抗であり、流紋岩等の貫入岩は高比抵抗である。上向  
鉾床は低比抵抗の凝灰岩層中に位置している。



## Kosaka Uwamuki Mine

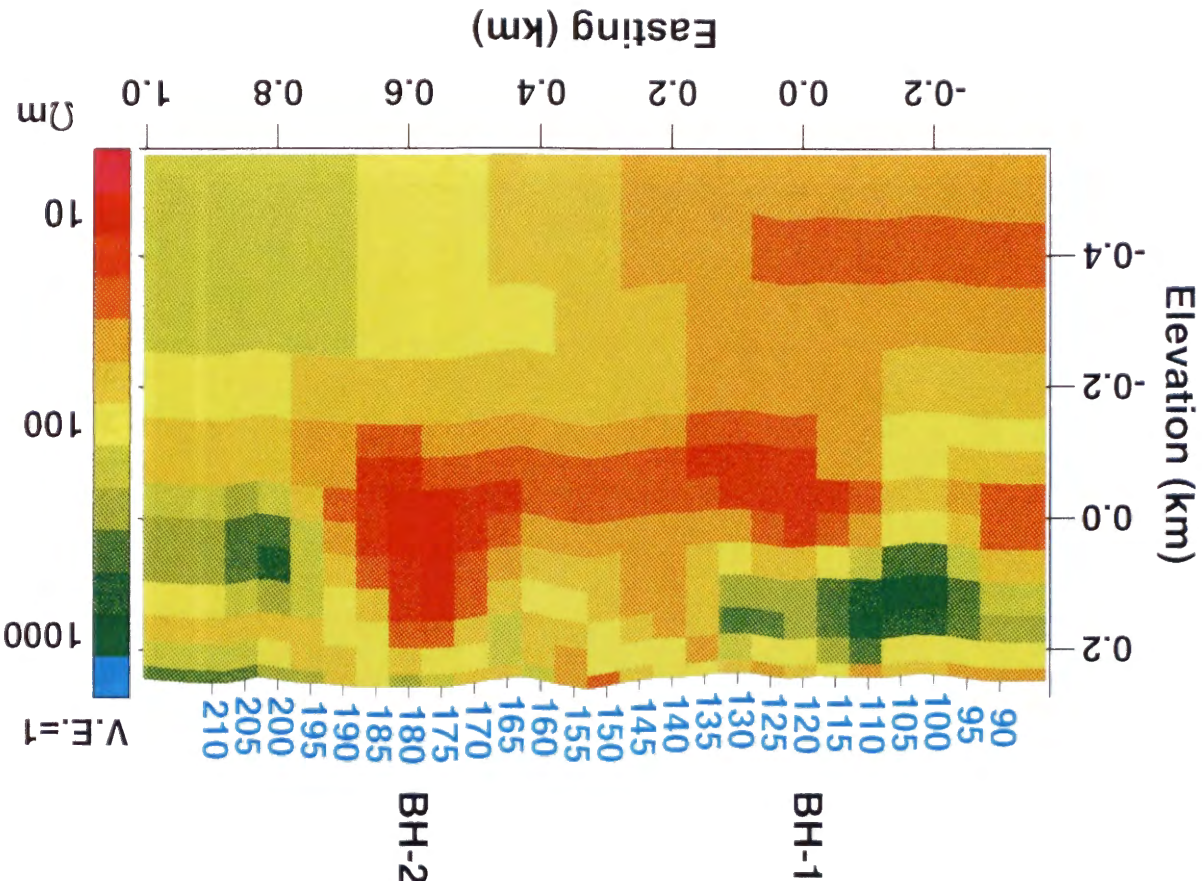
第5.1図 小坂鉱山上向鉱床地区において実施されたCSAMT法および比抵抗トモグラフィの測線位置。BH-1およびBH-2は比抵抗トモグラフィのために掘削された坑井を表す。CSAMT法の送信ケーブルは測線の南約7kmに位置する。





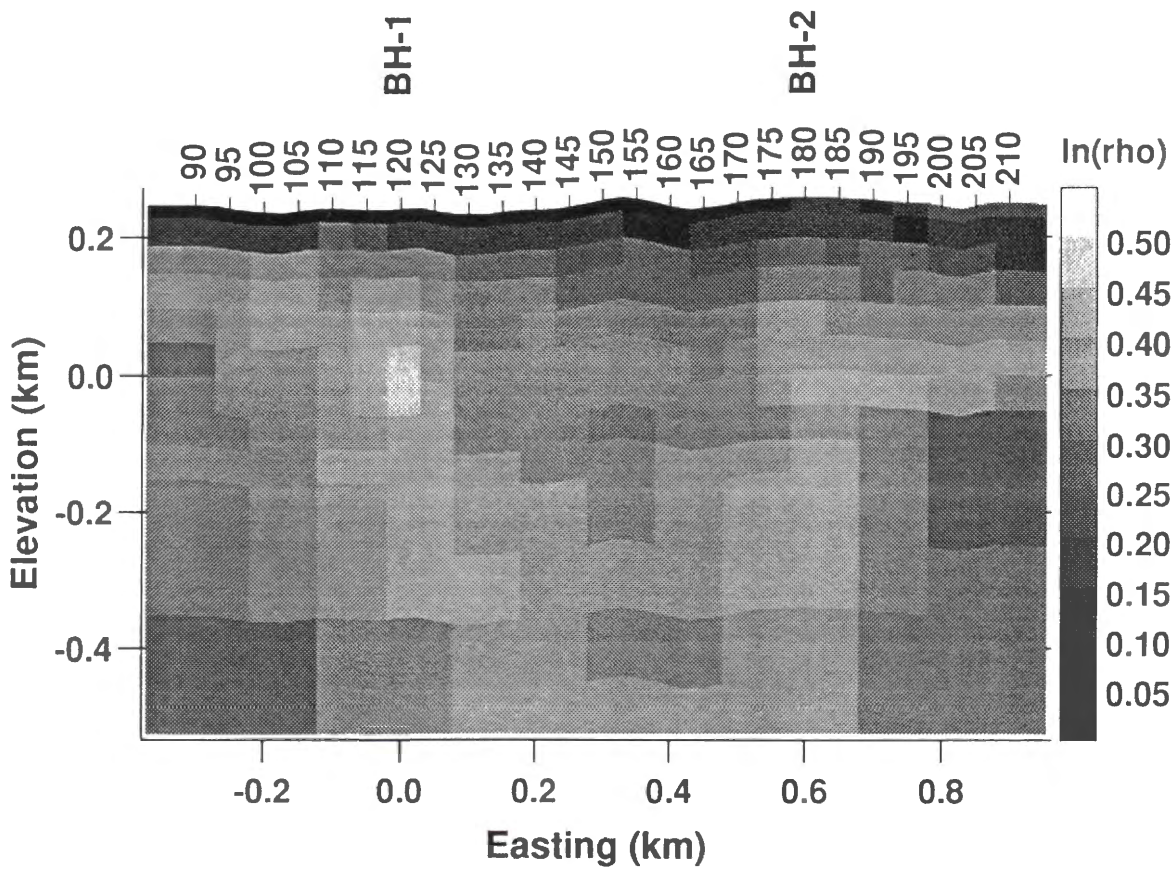
第5.2図 CSAMT法データのインバージョンにおける諸量の変化、(a) 平滑パラメタ、(b) rms残差、(c) ABIC、および、(d) パラメタの修正量。

Kosaka-CSAMT iter=9 alpha=3.536 rms=2.02



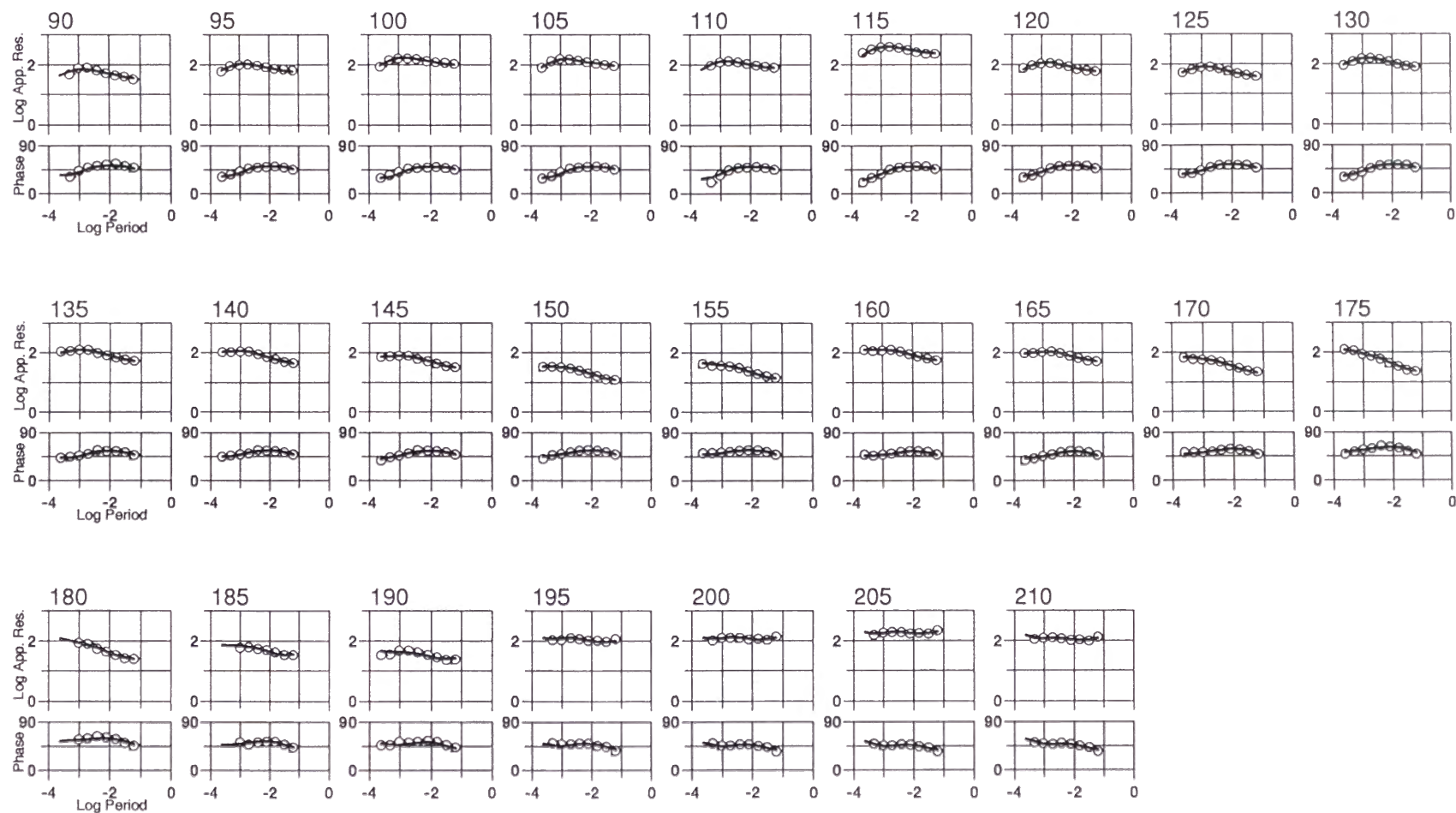
第5.3図 CSAMT法データのインバージョンによって得られた2次元比抵抗モデル。インバージョンに用いたデータの数は430、比抵抗ブロックの数は256である。すべてのデータに誤差3%に相当する重みを与えた。

Kosaka-B CSAMT confidence limit

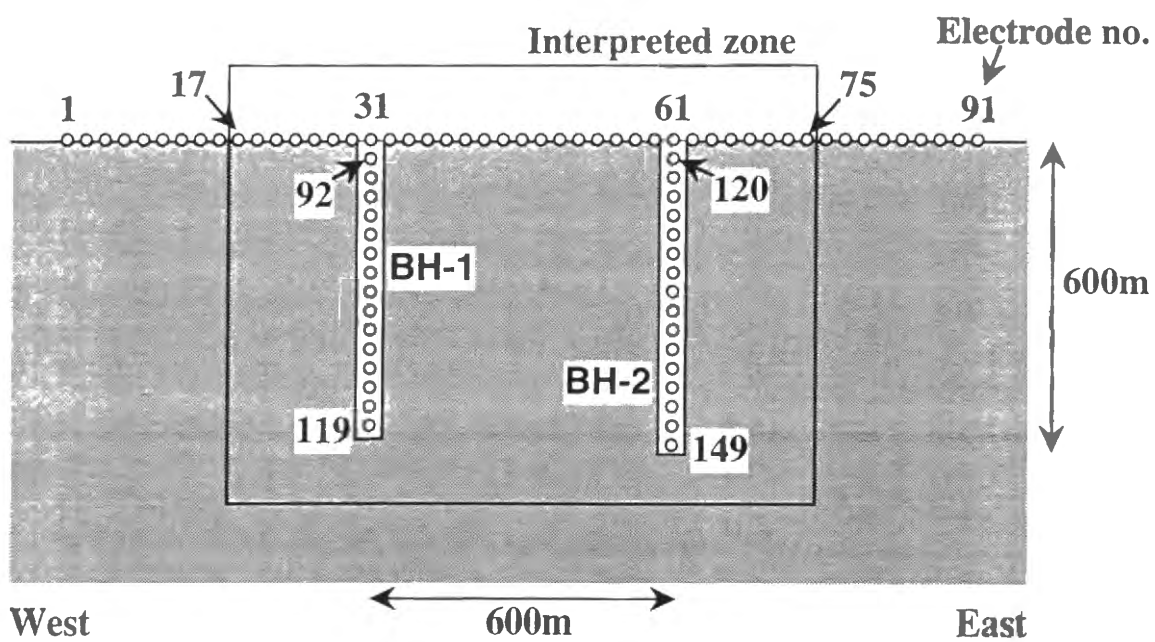


第5.4図 CSAMT法モデル (第5.3図) のパラメタの信頼区間。

# Kosaka CSAMT



第5.5図 CSAMT法の見掛け抵抗および位相の測定値 (白丸) と第5.3図のモデルによる計算値 (実線)。

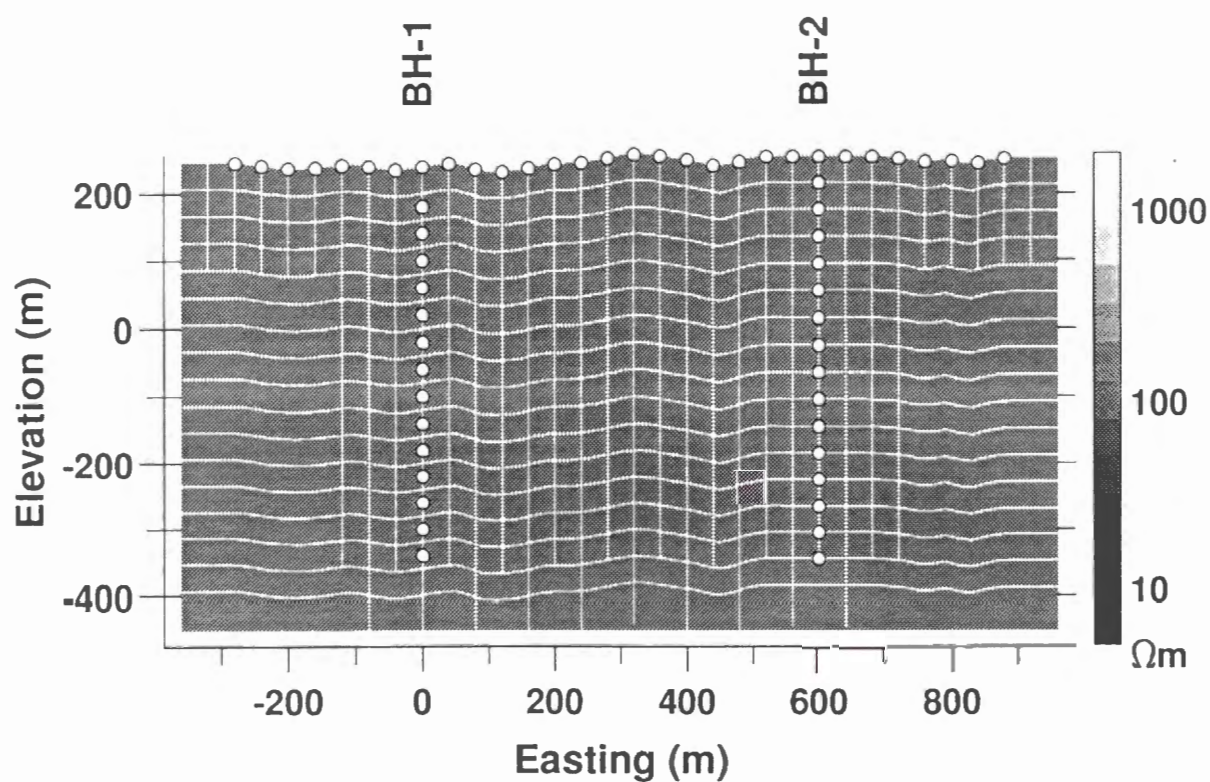


**Kosaka Tomography Configuration**

第5.6図 小坂鉱山における比抵抗トモグラフィの測定配置と電極番号（概略図）。枠で示した部分をトモグラフィ解析の対象とした。二極法で測定が行われ、遠電極は測線の南および北に約3km離して設置された。



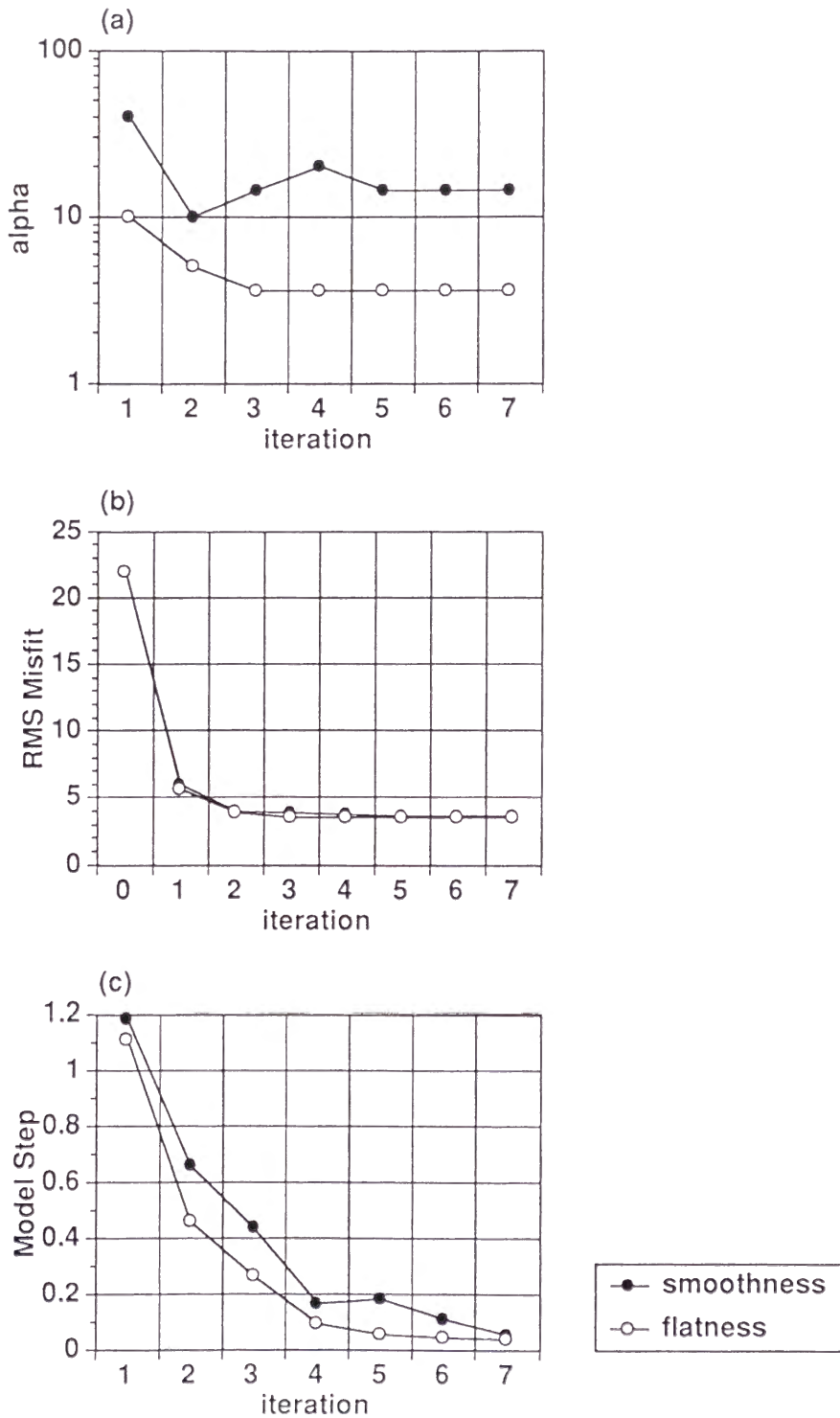
## Kosaka-Tomo (Coarse) Initial Model



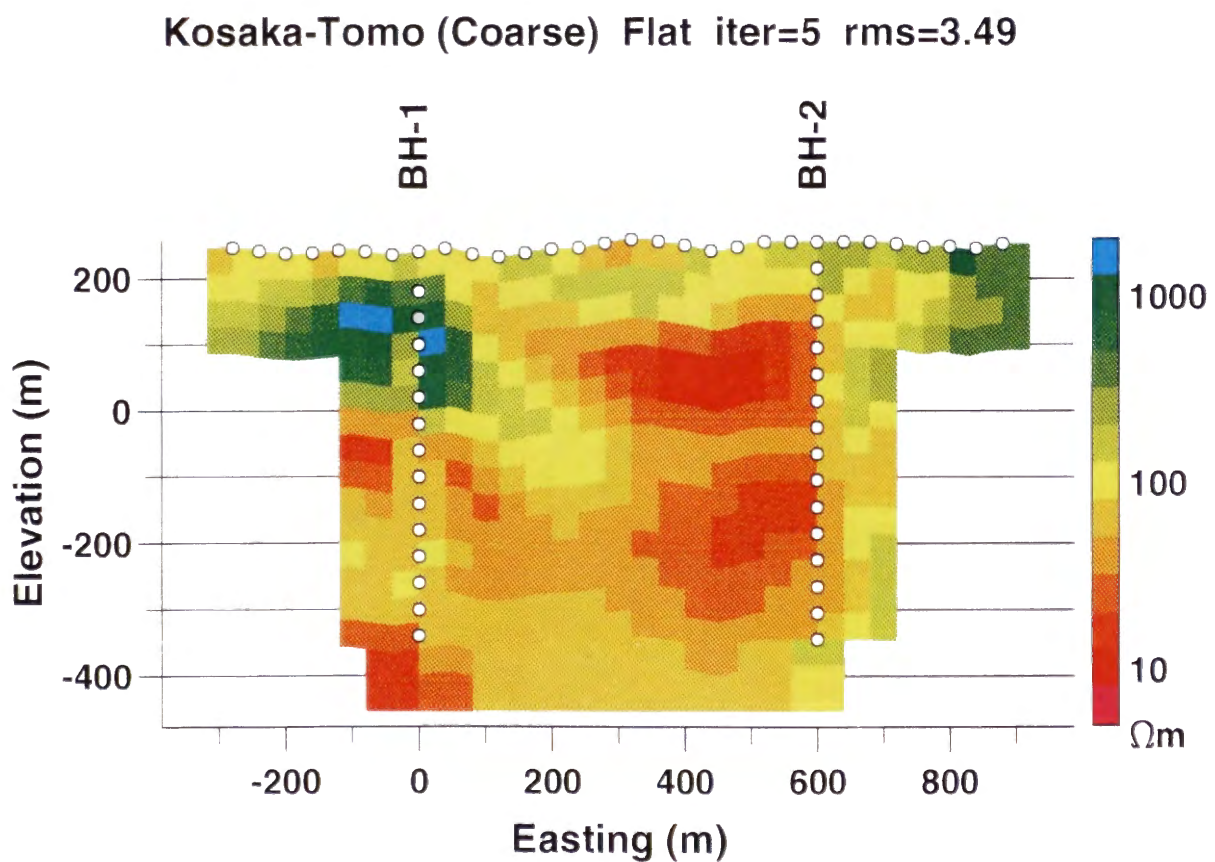
第5.7図 比抵抗トモグラフィ Coarseモデルのブロック構造と初期モデル ( $100 \Omega \cdot \text{m}$ の均質大地)。電極周辺と坑井間のブロックは一辺40mの正方形であり、その外側に大きな長方形ブロックを置いた。坑井BH-1は実際には少し北西に曲がっているが、本章の解析では鉛直であると仮定した。



# Kosaka-Tomo (Coarse)

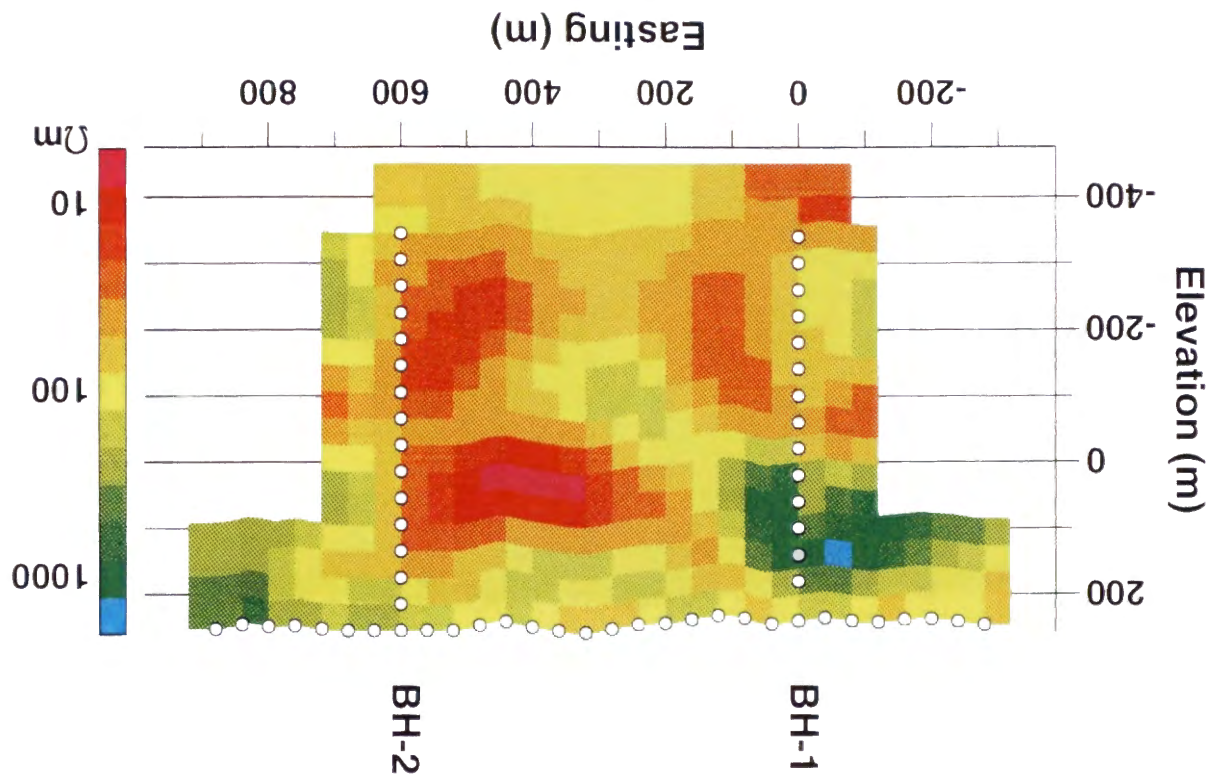


第5.8図 比抵抗トモグラフィ Coarseモデルのインバージョンにおける諸量の変化、(a) 平滑パラメタ、(b) rms残差、および、(c) パラメタ修正量。



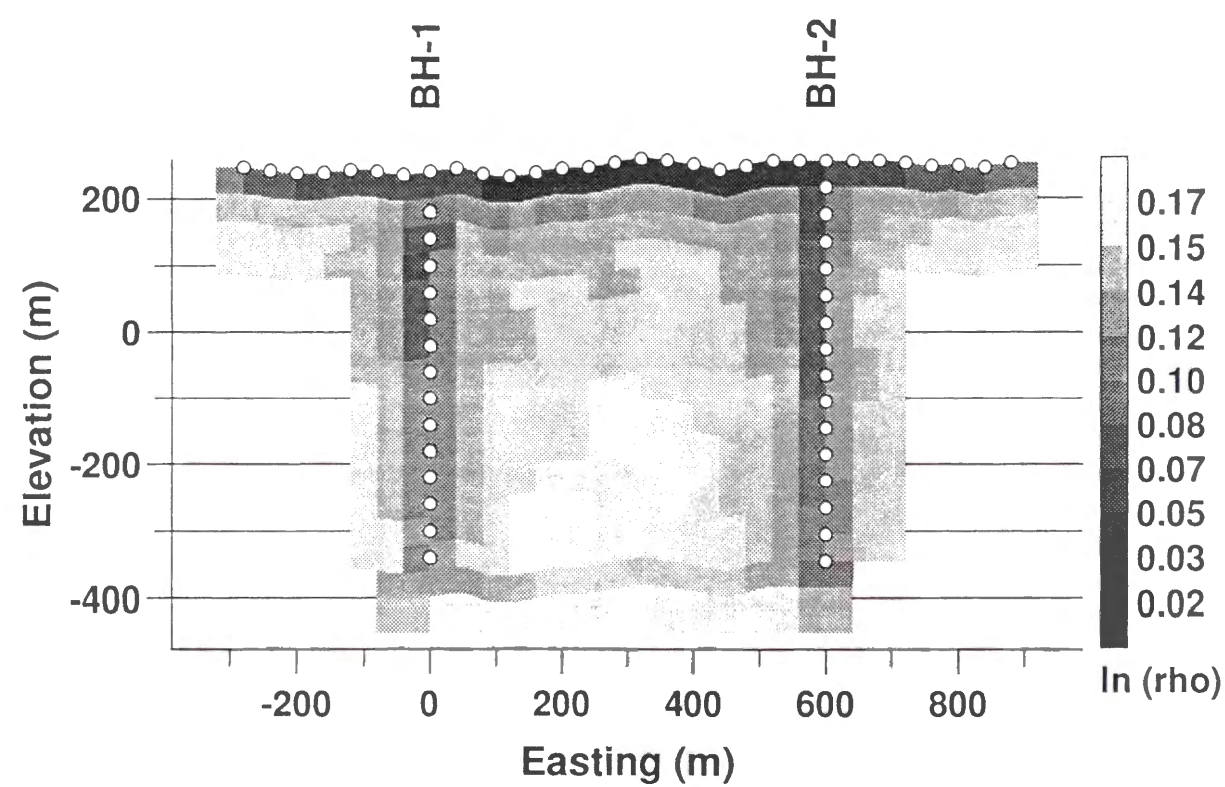
第5.9図 比抵抗トモグラフィCoarseモデルに対しFlatness制約を与えたインバージョンによる2次元比抵抗モデル。データ数は1123、ブロック数は406である。測定誤差の最小値 (noise floor) を3%として個々のデータに重みを与えた。

Kosaka-Tomo (Coarse) Smooth iter=6 rms=3.61



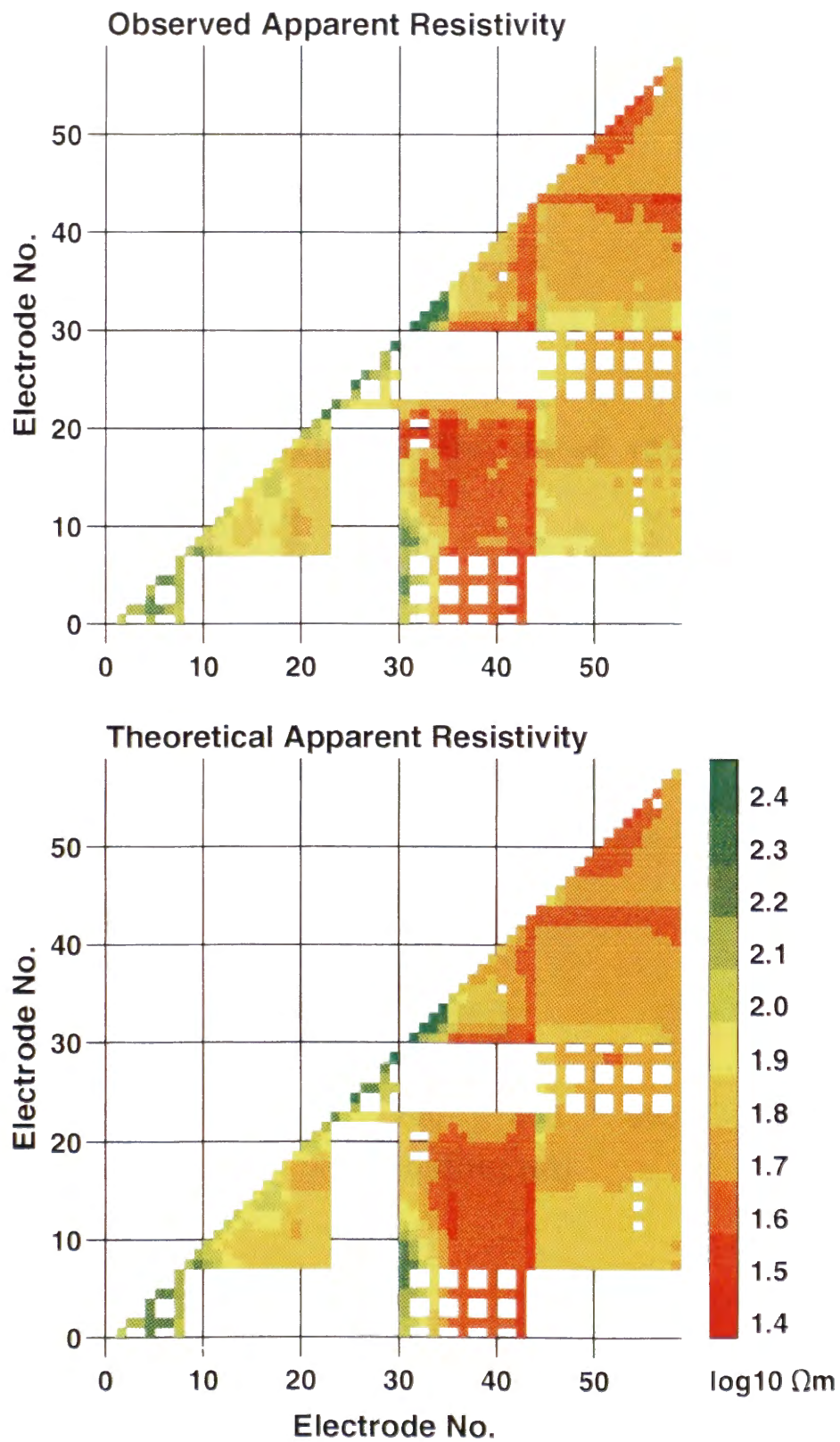
第5.10図 比抵抗トモグラフィーCoarseモデルに対しSmoothness制約を与えたイソバージョンによる2次元比抵抗モデル。データ数は1123、プロック数は406である。

Kosaka-Tomo (Coarse) Flat Confidence Limit



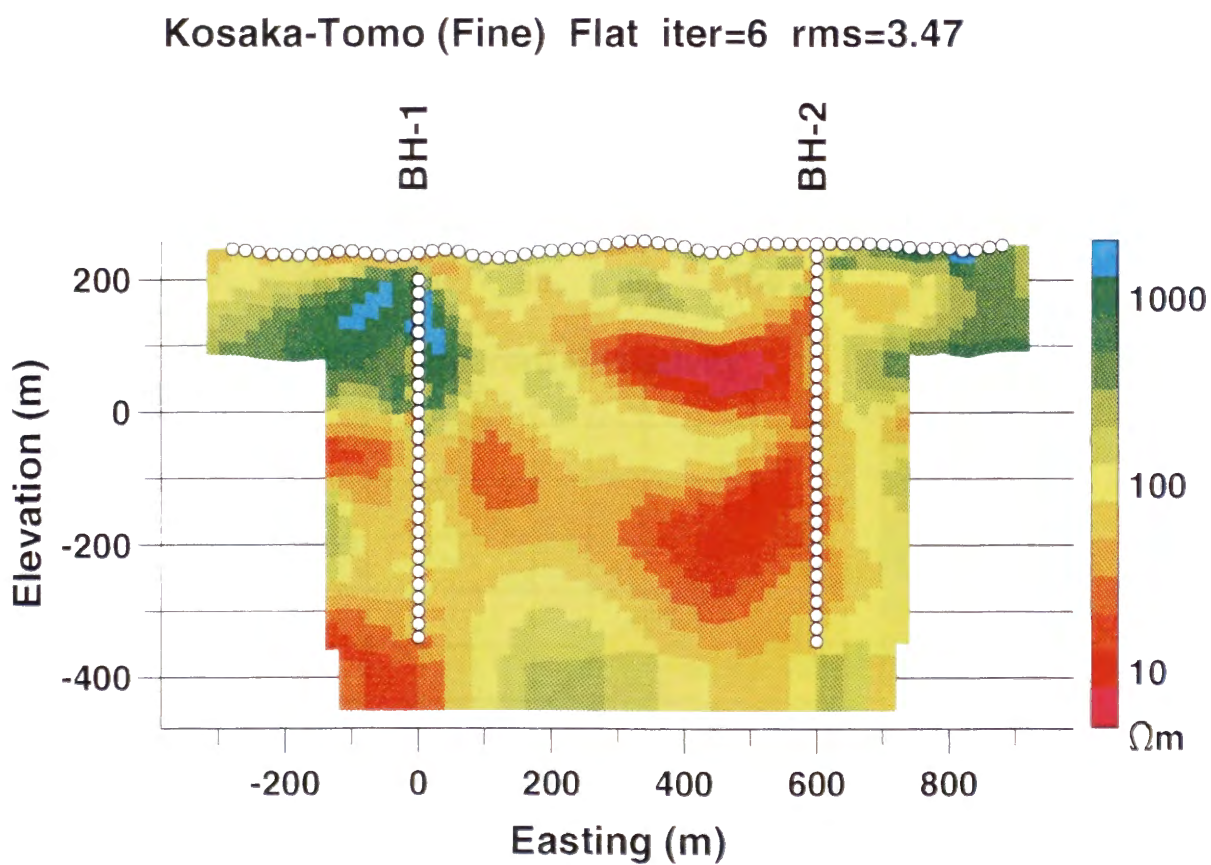
第5.11図 CoarseモデルのFlatness制約インバージョン（第5.9図）によるパラメタの信頼区間。

## Kosaka-Tomo (Coarse) Flat



第5.12図 Coarseモデルの見掛け抵抗の測定値(上)と第5.9図のモデルによる計算値(下)。電極1～30が地表、31～44が坑井BH-1、45～59が坑井BH-2の電極である。

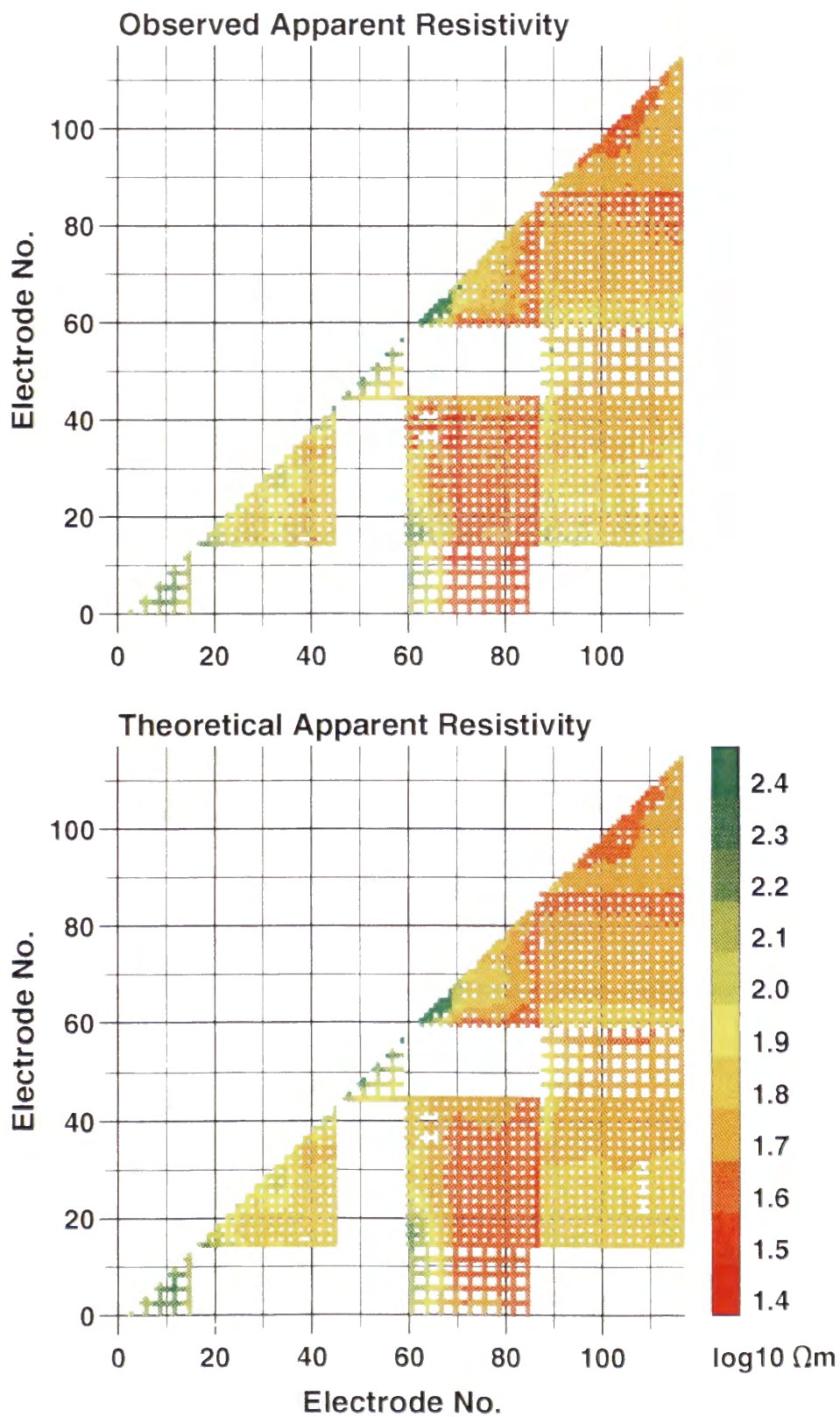




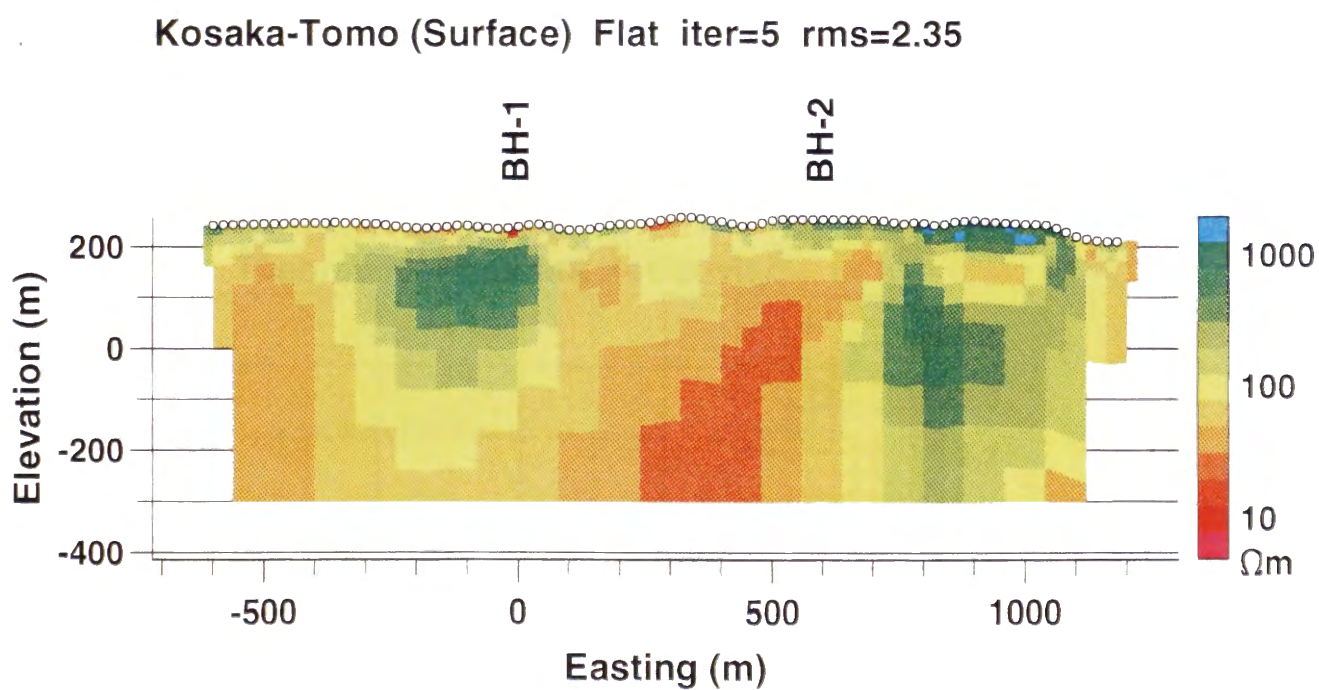
第5.13図 比抵抗トモグラフィFineモデルに対しFlatness制約を与えたインバージョンによる2次元比抵抗モデル。電極周辺のブロックは一辺20mの正方形である。データ数は3470、ブロック数は1570である。



## Kosaka-Tomo (Fine) Flat

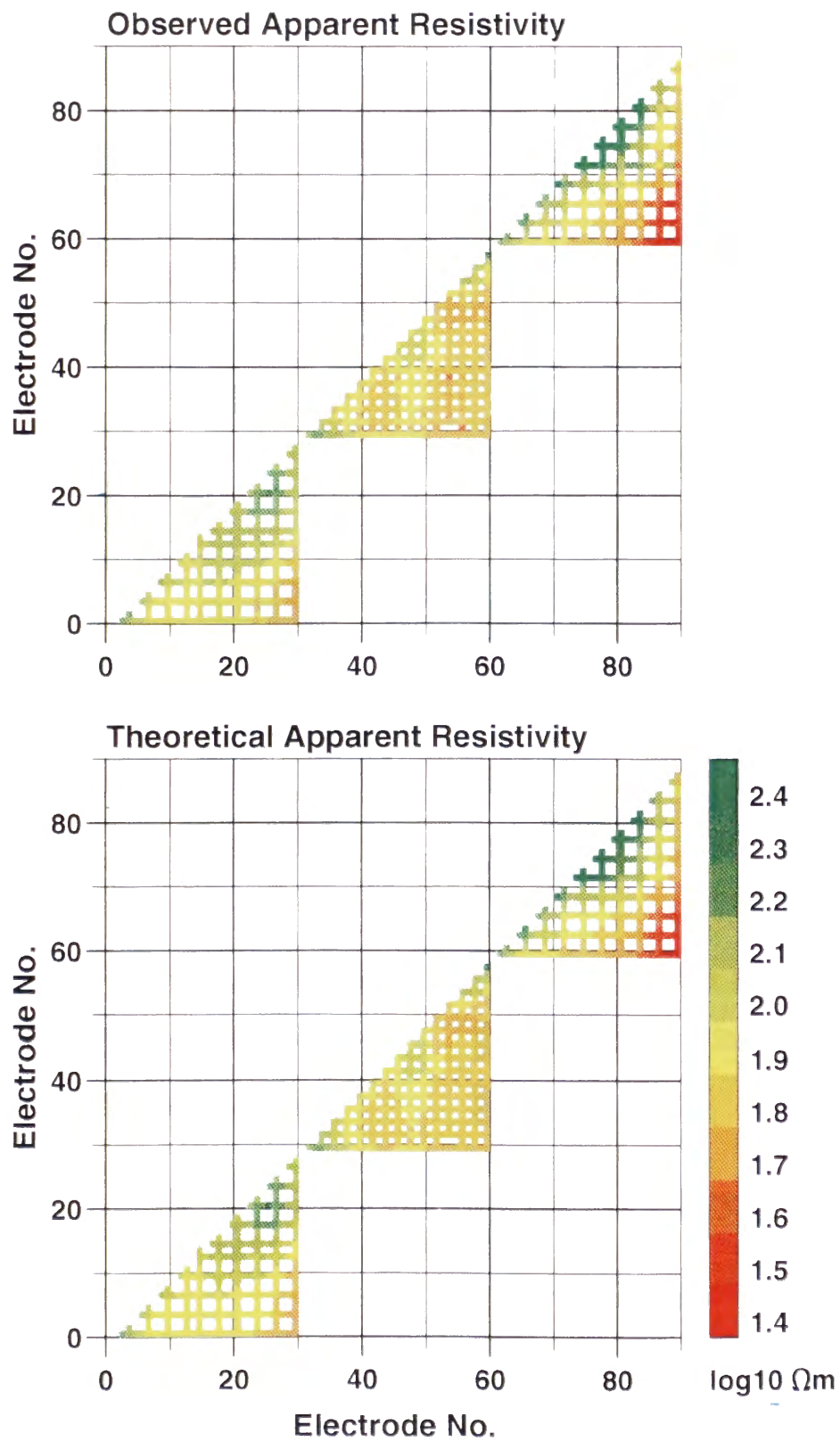


第5.14図 Fineモデルの見掛け比抵抗の測定値(上)と第5.13図のモデルによる計算値(下)。電極1～59が地表、60～87が坑井BH-1、88～117が坑井BH-2の電極である。

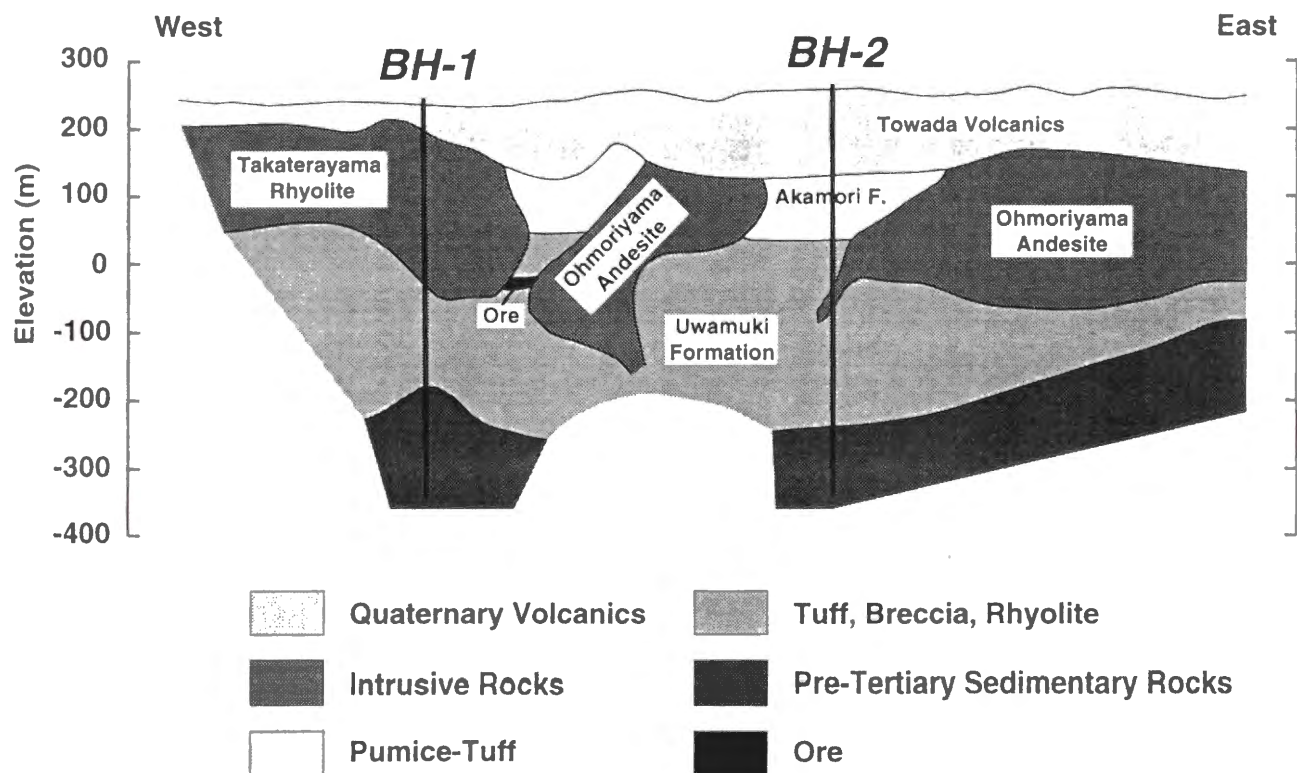


第5.15図 比抵抗トモグラフィ・データのうち、地表電極によるデータのみを用いたインバージョンによる2次元比抵抗モデル。地表付近のブロックは一辺20mの正方形であるが、深部のブロックは大きくした。データ数は844、ブロック数は656であり、Flatness制約を与えた。

## Kosaka-Tomo (Surface) Flat



第5.16図 地表電極による見掛け比抵抗の測定値(上)と第5.15図のモデルによる計算値(下)。



## Kosaka Geology Section

第5.17図 比抵抗トモグラフィ測線の推定地質断面 (Hishida et al. (1992)より作成)。縦横比は1。

## 6. 測定誤差に関する考察

### 6.1 はじめに

比抵抗法やMT法の測定データをインバージョンによって解析するとき、測定誤差の扱い方が大きな要素になる。測定誤差の原因として、電極位置の測量ミス、測定器の内部ノイズとキャリブレーション誤差、ノイズ信号の混入、電線のリーク、電線間のカップリング、周辺の人工構造物の影響などが考えられる。

CSAMT法や比抵抗法では、人工的に流す電流の周期に応じて受信信号をスタッキングし、ノイズ成分を除去した電位差や磁場信号を測定し、見掛け比抵抗などを求める。それを数個求めて平均し1つの測定値とする。一度電極や電線をセットすれば、同じ電極配置で数回測定を行っても、ほとんど同じ見掛け比抵抗値が得られることが多い。それでも測定誤差はゼロというわけではなく、何らかの原因によって見掛け比抵抗はバイアスされた値になっていることもある。その場合、統計的な意味で測定誤差を正しく評価することは難しい。現地調査では、数個の見掛け比抵抗値のバラツキから測定誤差を算出するのが一般的であり、また、全く測定誤差を求めないことも多い。

MT法では、自然電磁場信号の時系列データを長時間測定し、セグメント単位で周波数解析し電場・磁場のスペクトルを求める。スペクトル値をスタッキングして各周波数の信号強度の平均値を求めるが、信号にはMT法として有用な信号のほか、電車・電話線・送電線などからのノイズが含まれているので、有用な信号だけを抽出する必要がある。2測点で同時に測定し、両方に含まれる信号成分に基づいてノイズ除去を行うリモートリファレンス処理 (Gamble et al., 1979) がよく適用される。それでも、ノイズを完全に除くことは難しく、スタッキングにおけるデータの分散（標準偏差）を測定誤差として扱う。ノイズがランダムであれば平均値はスペクトルを正しく表すと期待できるが、実際にはノイズには偏りがあり平均値はバイアスされた値になるのが一般的である。

本章では、測定誤差の扱い方によってインバージョンの結果がどのように影響されるかについて、実データの解析をふまえ考察する。

## 6.2 測定誤差と重み付きインバージョン

一般に、電気・電磁気探査では測定誤差の評価について次の3つのケースが考えられる。

- 1) 個々のデータの測定誤差が測定によって求められている。
- 2) 個々のデータの測定誤差は絶対値としては不正確であるが、相対値は信頼できる。
- 3) 個々のデータの測定誤差が全くわからない。

厳密な意味で最小二乗法の適用には誤差が既知(ケース1))でなくてはならず、また、測定値が互いに独立であり、誤差分布は平均ゼロの正規分布に従わなければならないとされている(中川・小柳, 1982)。

上述のように、MT法では、調査地のノイズの状況やMT信号の強度などに依存して、電磁場スペクトルの平均値と標準偏差(測定誤差)の正しい値が得られていない場合がよくある。これらの多くは2)のケースに相当する。ケース1)が満たされることは非常に希である。CSAMT法や比抵抗法のデータの多くは3)のケースに相当する。

1)の場合、個々の測定誤差による重みを用いることによって、重み付き最小二乗法インバージョンを適用することができる。たとえば、第3章の数値実験における第3.12図および第3.21図の例では、与えた数値ノイズを測定誤差とみなして個々のデータに重みを与えた。それによって、10%という大きな測定誤差を含むデータであっても、かなりの程度まで元の構造を再現することができた。このように測定誤差を正しく評価することによって、より正確に比抵抗構造を求めうることがわかる。

2)の場合がMT法の最も一般的なケースである。測定誤差の絶対値がわからないときでも、相対的な値がほぼ正しいと判断できれば、それらを重みとして用い、ABIC最小化に基づくインバージョンを適用することができる。つまり、データ相互の重みの相対



的な関係が保たれ、パラメタへの影響度は相対的には正しいので問題は生じない。測定誤差が平均ゼロの正規分布に従っているとき、その最適化問題はカイ二乗分布に従い、rms残差の期待値は1である。これは1)のケースには当てはまるが、2)のケースではそうならない。たとえば、第4章のMT法データの解析において、第4.7図のモデルのrms残差は約4であった。これは、測定時に計算された誤差は過小評価であり、実際にはその4倍程度の誤差が含まれていたことになる。

ABIC最小化による平滑化制約では、データの残差 $S$  ((2-2)式) が誤った測定誤差に基づく値であっても、個々のデータの寄与が相対的に保たれれば、残差 $S$  に応じた最適な平滑パラメタが自動的に選択される。平滑パラメタは測定誤差の誤った評価に応じてバイアスされたものになるが、(2-5)式における残差 $S$  と関数 $U$  の比は保持され、インバージョンの後に正しい測定誤差を推定できる。ただし、これは構造が2次元であることを仮定した議論であり、実際の構造が3次元有的时候きに2次元解析を適用してもrms残差は1にはならない。rms残差が1以上になる原因には測定誤差の過小評価と構造の3次元性が考えられる。

3)の場合、唯一の重みの与え方は、すべてのデータに任意の均等重みを与えることである。(2-5)式の残差 $S$  (第一項) とラフネス項 (第二項) の絶対値は与えた重みに依存するが、ABIC最小化による平滑化制約では、それらの比は重みに依存せず一定に保たれる。従って、最終的に得られる比抵抗モデルは重みによらない。データに含まれていた誤差の平均的な値は、最終的に得られるrms残差から推定することができる。たとえば、第5章のCSAMT法モデル (第5.3図) では、rms残差は約2であり、重みとして与えた3%の誤差の約2倍の誤差が含まれていたことがわかる。

このように、ABIC最小化による平滑化制約では測定誤差が正しく求められていなくても柔軟に対応できるが、Occam'sインバージョン (Constable et al., 1987) は基本的に1)のケースでしか適用できない。Occam'sインバージョンの主なステップは次のようである。まず、反復インバージョンの初めの段階では残差を最小にする平滑パラメタを最適なものとする。反復が進んで残差が減少し、rms残差が1 (あるいはあらかじめ決めた他の値)

に近づくと、rms残差が1になるモデルのうちで最も大きい平滑パラメタを選択して終了する。この手法はあらかじめ測定誤差が絶対値として正しく評価されていて、目標となるrms残差を明確に設定できる場合にのみ有効である。しかし、実際の調査ではそれを満足することはあまり望めず、多くの場合、rms残差の設定は経験的な手段に頼ることになる。

### 6.3 Noise Floor の影響

本節では、MT法のインバージョンにおいて、重みの与え方によって最終的なモデルがどの程度変化する可能性があるかについて述べる。

#### 6.3.1 データとインバージョン

検討に用いたMT法データはカナダのサスカチュワン州で取得され、カナダ地質調査所から公開されているものである。COPROD2データと呼ばれている (Jones, 1993)。石油の賦存する深度から地殻深部までの比抵抗構造を求めることを目的とした測定データである。長さ約400kmの東西方向の測線が設定され、それに沿って35測点で測定が行われた。

地下構造はほぼ2次元的で南北走向を有することが知られており、測線は地質構造のトレンドを横切る。したがって、TEモードおよびTMモードの両方を使ったインバージョン解析が妥当であると判断される。測定された周波数はおよそ0.001~400 Hz の40通りであるが、解析には1 Hz 以下のデータを用いた。見掛け比抵抗および位相を測定値として重み付き最小二乗法インバージョンを行った。データは、すでに、TEモード見掛け比抵抗の空間変化を参照してスタティック補正が施されている。初期モデルは100  $\Omega\cdot\text{m}$  の均質大地とし、地形はほぼ平坦であるので考慮しないことにした。

#### 6.3.2 比抵抗モデル

解析には2通りのデータセットを用いた。1つは0.0015~1.5 Hz の6周波数のデータ

を用いるもの、もう1つは0.0015～0.19 Hzの8周波数のデータを用いるものである。データ数は前者が812、後者は1100である。ブロック数は前者が564、後者は495であり、水平方向の分割を少し異なるものにした。測定誤差の最小値(noise floor)は1%としたが、6周波数データについては、10%のインバージョンも試みた。データファイルに示されている測定誤差の平均は約6%であるので、1%のnoise floorは、測定誤差に基づいて重みを与えることになり、10%のnoise floorの場合は、特に悪いデータを除き、均等の重みを与えることを意味する。

インバージョンによって得られた比抵抗モデルを第6.1図に示す。また、見掛け比抵抗および位相の測定値と第6.1a図による計算値を第6.2図に示す。TMモードの見掛け比抵抗曲線は全測点でよく似ており、高周波数側で低見掛け比抵抗、低周波数で高見掛け比抵抗の単調な曲線になる。つまり、浅部(深さ数kmまで)は低比抵抗であり、それ以深は全般的に高比抵抗になっていることがわかる。TEモードの見掛け比抵抗もTMモードと似た分布をするが、測点18～23および31～32では低周波数でも見掛け比抵抗はそれほど高くない。その付近には、第2層の高比抵抗層中に低比抵抗異常の存在することが示唆される。

第6.1図の3つの比抵抗モデルから、地下は大局的に3層構造になっていることがわかる。地表から深さ3km程度までは測線全体で2～5  $\Omega \cdot m$  前後の低比抵抗であり、厚い堆積層に対応するものと思われる。深さ3kmから約100kmまでは100～1000  $\Omega \cdot m$  の高比抵抗である。さらに100kmより深部には低比抵抗層が存在する。この低比抵抗層は、最低周波数の位相が45度近くまで大きい値になっていることによって解析されたものである。

厚い高比抵抗層の中にいくつかの低比抵抗異常が存在する。顕著な異常は測点31～32付近の比較的浅部のものと、測点18～23付近の大規模なものである。これらは低周波数のTEモード見掛け比抵抗が小さいことに対応する。

測点31～32の低比抵抗異常は3つのモデルで似た形状を示す。それ以外の異常体は3つのモデルで少しずつ異なっている。それでも、1% noise floorのモデル(第6.1a図、第6.1c図)は用いたデータおよびブロック境界が異なるにもかかわらず、低比抵抗異常の形状はほとんど同じであると見なせる。第6.1a図と第6.1b図を比べると異常体の位置と

形状は大きく異なる。これらのことから、COPROD2データの解析では、インバージョンに使うデータの選択やブロックの設定の仕方よりも、重みの与え方の方が最終の比抵抗モデルに大きな影響を与えることがわかる。

## 6.4 まとめ

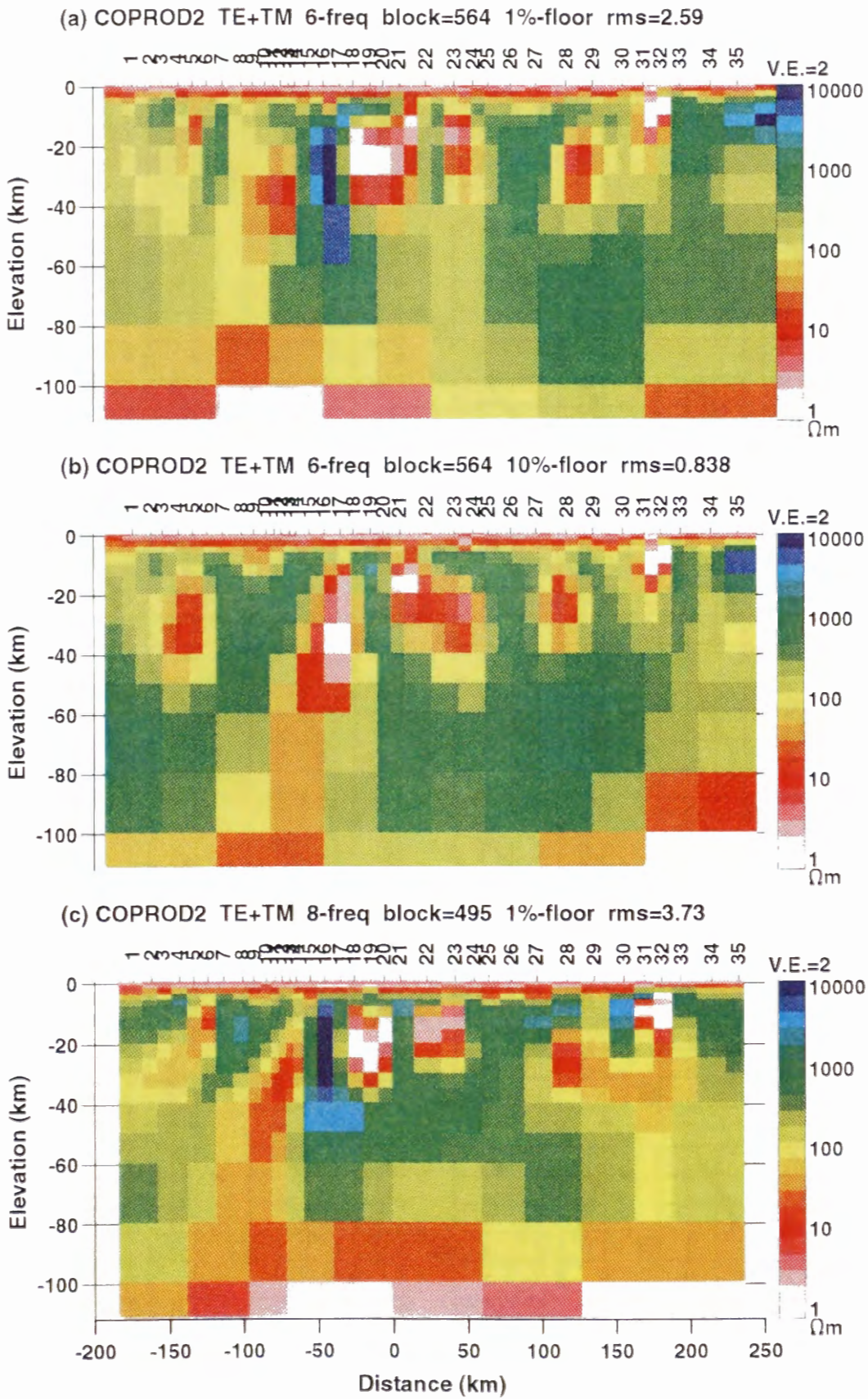
ABIC最小化法を用いた最小二乗法インバージョンでは、測定誤差の絶対値がわからないときでも、相対的な値がほぼ正しいと判断できれば、それらを重みとして用いたインバージョンが可能である。平滑パラメタやrms残差は重みによって正規化された値になるので、重みの絶対値に依存するが、データ相互の重みの相対的な関係は保たれるので、得られる比抵抗モデルは影響を受けない。最終的なrms残差が期待値1よりどれだけ大きいかを見れば、測定誤差がどれだけ過小評価されたかを判断できる。ただし、それは測定誤差が正規分布をとり、地下が2次元構造であるという条件のもとでの議論である。

測定誤差が全くわからない場合でも、均等の重みを与えてインバージョンを行い、最終的なrms残差から、データに含まれていた誤差の平均的な値が推測できる。平滑パラメタは残差に応じた値がABIC最小化によって自動的に決定される。Occam'sインバージョンでは、インバージョンに先だって測定誤差とrms残差の期待値を用意しておく必要があり、客観性に欠ける。

第3章で示したMT法および比抵抗トモグラフィの数値実験では、均等の重みを与えた場合と数値ノイズに基づく重みを与えた場合で、後者の方が真の構造を良く反映するモデルが得られた。それでも、数値実験では均等の重みを与えても真の構造をある程度は再現しており、プリズム異常以外の位置に顕著な比抵抗異常は生じない。モデルが2次元構造であり、誤差も正規ノイズを与えているためであると考えられる。

実測データの場合、ランダムノイズと系統的なノイズが混在し、また、地下構造も複雑である。そのため、測定誤差の評価と重みの与え方によってモデルは異なる危険性がある。電極や測点から離れた深部のブロックに対するフレッシュ係数は小さいので、見

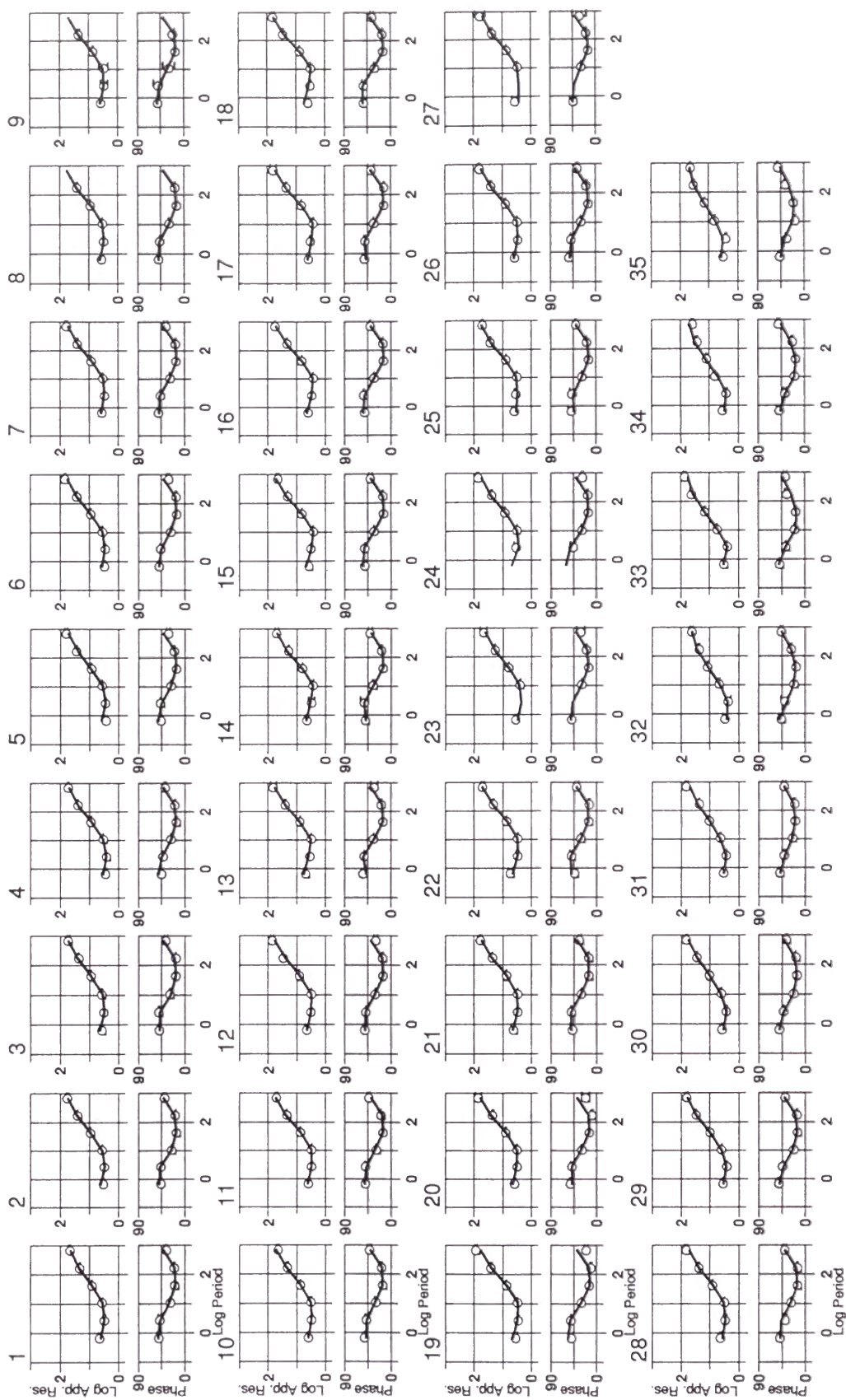
掛比抵抗のわずかな擾乱や重みの与え方によってブロックの比抵抗が大きく変化してしまう。実際の解析では、測定によって得られる誤差を用いて重み付きインバージョンを行うしかないので、測定誤差を正確に把握し、個々のデータに適切な重みを与えることが、信頼性の高い比抵抗構造を得るために重要である。



第6.1図 COPROD2-MTデータの比抵抗モデル。TEモードおよびTMモードの見掛け比抵抗および位相をデータとしてインバージョンを行った。(a) 6周波数、564ブロック、1% noise floor、(b) 6周波数、564ブロック、10% noise floor、(c) 8周波数、495ブロック、1% noise floor。

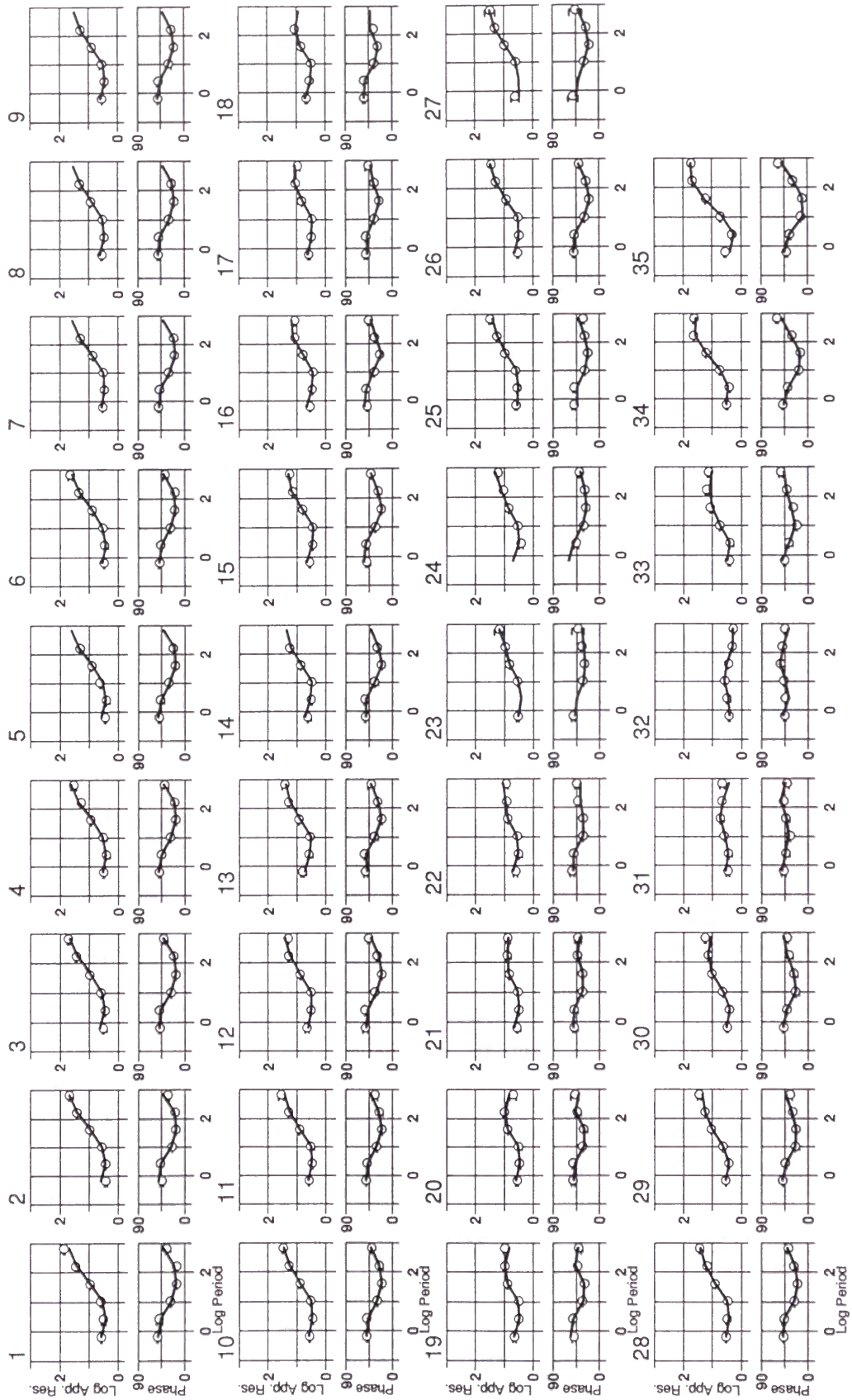


# (a) TM



第6.2図 COPROD2データの見掛け抵抗および位相の測定値（白丸）と第6.1a図のモデルによる計算値（実線）、(a) TMモード、および、(b) TEモード。

# (b) TE



第6.2図 (続き)

## 7. 結論

電気・電磁探査の2次元インバージョンは非線形問題であり、一般に、初期モデルについて応答関数を線形化したのち、最小二乗法を逐次繰り返してモデルを修正する。しかし、強い非線形性のため、インバージョンは非常に不安定であることが多い。そこで、本研究では、比抵抗分布は滑らかであるという制約を与えて安定化を図ることにした。ヤコビアン行列に平滑化のための行列を加えてインバージョンを行う。最適な滑らかさ（平滑パラメタ）を決定するために、ベイズ統計とエントロピー最大化の原理によって導出された情報量基準ABICを適用した。ベイズ理論の適用に際し、比抵抗分布の粗さ（ラフネス）の最小化を既知の制約条件とする。そして、データの残差の最小化と比抵抗分布の粗さの最小化を同時に満たすモデルを追求する。ABICを導出する際、残差とラフネスはそれぞれ平均ゼロの正規分布に従うと仮定する。この手法によって、データに含まれる情報だけから客観的に最適な平滑パラメタを選択することができる。比抵抗法およびMT法について、ABIC最小化法を用いる2次元インバージョンプログラムを作成し、数値実験および実測データに適用して手法の有効性を調べた。その結果確認された本手法の長所や特徴などについて以下に記す。

第3章の数値実験によって、ABIC最小化法を用いる平滑化制約の最小二乗法インバージョンが、非線形問題にも有効に適用できることを確認した。最適な滑らかさはデータに含まれるノイズによって自動的に決められる。測定誤差が大きいときには大きな平滑パラメタが選択され、スムーズな比抵抗モデルになる。それに対し、測定誤差が小さいときは、残差の最小化が追求されて小さな平滑パラメタが選択され、真の構造に近いラフなモデルになる。データが正確に測定されていれば、平滑化制約によって滑らか過ぎるモデルになるという危険性はない。

数値実験のように理想的な2次元モデルでは、反復修正は非常に安定であり、初期の段階では残差が大きいため大きな平滑パラメタが選ばれ、反復が進むにつれて残差が小

さくなると、小さい平滑パラメタが選ばれてラフなモデルになる。そして、残差やABICは変化しなくなって収束する。測定誤差が大きいと残差を小さくすることができず、スムーズなモデルのまま少ない反復回数で収束する。誤差が小さいと、収束に多くの反復回数を要し、最終的には小さな平滑パラメタが選ばれ、真のモデルに近づけることができる。

第4章では、澄川地熱地区において取得されたMT法データに本手法を適用し、実測データに対しても十分安定なインバージョンが行えることを確認した。ただし、測定データに含まれるノイズや構造の3次元性等によって、応答関数の線形近似が破綻し、パラメタの反復修正にダンピングの操作が必要になることがあった。3次元性の強い地熱地域での2次元解析が不十分なのは事実であるが、実用レベルで2次元解析が十分に適用できる段階に達したといえる。

ABIC最小化は平滑化制約以外の先験情報についても適用でき、ここでは、測線近傍の検層データを2次元モデルの比抵抗の制約として組み込むことによってモデルの信頼性を高めることができた。

解析によって得られた澄川地区の比抵抗モデルは地質データや坑井の検層データと調和的である。深さ1000～2500mの熱水貯留域は高温で対流型の温度分布を示すが、その部分は比抵抗モデルおよび電気検層とも全体的に高比抵抗である。その区間で卓越するクロライト等の粘土鉱物は比抵抗を下げる効果が小さい。それに対し、その上位にあってモンモリロナイト等の低温粘土鉱物に富む地層は非常に低比抵抗である。温度分布は熱伝導型を示し、貯留層上部の不透水層を形成していることがわかる。モンモリロナイトは岩石の比抵抗および透水性を下げる効果が大きいことが知られている。このように、貯留域とその上部の不透水層の境界は比抵抗分布でも顕著な境界になっており、その形状の把握はMT法などの地表探査でも十分行える。

第5章では、小坂鉱山上向鉱床において取得されたCSAMT法および比抵抗トモグラフィのデータに2次元インバージョン解析を適用した。CSAMT法データのインバージョンは数値実験と同様に安定に行えたが、比抵抗トモグラフィのインバージョンではパラメ

タ修正にダンピングの操作が必要であった。得られた比抵抗モデルは地質推定断面と調和的であり、貫入岩による高比抵抗異常や、グリーンタフ層の凝灰岩や鉍床などに対応する低比抵抗層が明瞭に捕らえられた。

比抵抗トモグラフィでは、坑井内に電極を置くことによって、深部の比抵抗構造をより正確に求めることができる。しかし、坑井内測定は実施面の難しさもあり、品質の高い測定値を得るには慎重な測定が要求される。坑井を用いたデータが悪い場合、無理にそれに合わせようとして偽の比抵抗異常が生じてしまうことがある。

第6章では、測定誤差の扱い方によってインバージョンの結果がどのように影響されるかについて考察した。ABIC最小化法を用いた最小二乗法インバージョンでは、測定誤差の絶対値がわからないときでも、相対的な値がほぼ正しいと判断できれば、それらを重みとして用いたインバージョンが可能である。平滑パラメタやrms残差は重みによって正規化された値になるので重みの絶対値に依存するが、データ相互の重みの相対的な関係は保たれるので、得られる比抵抗モデルは影響を受けない。最終的なrms残差から測定誤差がどれだけ過小評価されたかを推定できる。

実測データの場合、ランダムノイズと系統的なノイズが混在し、また、地下構造も複雑である。そのため、測定誤差の評価と重みの与え方によってモデルは異なる危険性がある。実際の解析では、測定によって得られる誤差を用いて重み付きインバージョンを行うしかないので、測定誤差を正確に把握し、個々のデータに重みを正しく与えることが、信頼性の高い比抵抗構造を得るために重要である。

本研究では2次元インバージョンを扱ったが、実際の地下構造は3次元であり、2次元解析では十分でないケースも多い。3次元インバージョンの開発は、比抵抗法について実用的な規模のプログラムが発表されつつあり(神谷・島, 1994; 佐々木, 1994)、MT法などの電磁法についてはまだ開発の最中にあるといえる(Mackie and Madden, 1993; Newman, 1995)。本研究で適用したABIC最小化法は、モデルにある種の先験情報を与えるときに有効な手法であり、3次元インバージョン・プログラムに組み込むことによって、高精度な解析手法の構築が可能である。

## 謝辞

本論文の執筆にあたり、京都大学工学部 佐々宏一教授には的確かつ懇切な御指導を賜った。また、京都大学 吉住永三郎名誉教授、京都大学工学部 芦田譲助教授からは貴重な御助言を頂いた。さらに、京都大学工学部 花崎紘一教授、小倉久直教授には本論文の草稿について有益な御助言を頂いた。

元地質調査所の小野吉彦氏、中井順二氏（故人）、陶山淳治氏、馬場健三氏（現、東電設計(株)）、小川克郎氏（現、名古屋大学理学部教授）、地質調査所の花岡尚之氏、津 宏治氏の御助言は本論文をまとめるための強い原動力となった。

本研究は著者が地質調査所の研究プロジェクトにおいて行ったものであり、地質調査所の村上裕氏、小川康雄氏、高倉伸一氏、光畑裕司氏、村田泰章氏、九州大学工学部の佐々木裕氏、茂木透氏、石油資源開発(株)の松岡俊文氏、および、Lawrence Berkeley National Laboratory のK. H. Lee氏から多くの貴重な助言やアイデアを頂き、本研究を順調に進捗させることができた。

新エネルギー・産業技術総合開発機構には第4章に示す澄川地熱地区の調査データ(MT法、CSAMT法、空中電磁法、坑井調査)を使用させていただいた。金属鉱業事業団には第5章の小坂鉦山地区調査データ(CSAMT法、比抵抗トモグラフィ)を使用させていただいた。

ここに記して上記の方々に深甚なる謝意を表する。



## 参考文献

- Akaike, H. (1974): A new look at the statistical model identification, *IEEE Transaction on Automatic Control*, **AC-19**, 716-723.
- Akaike, H. (1980): Likelihood and Bayes procedure, in Bernardo, J. M., deGroot, M. H., Lindley, D. V., and Smith, A. F. ed., *Bayesian statistics*, University Press, Valencia, Spain, 143-166.
- Andrieux, P., and Wightman, W. E. (1984): The so-called static correction in magnetotelluric measurements, *SEG 54th Ann. Internat. Mtg. Expanded Abstracts*, 43-44.
- Bostick, F. K. Jr. (1986): Electromagnetic array profiling, *SEG 56th Ann. Internat. Mtg. Expanded Abstracts*, 60-61.
- Cagniard, L. (1953): Basic theory of the magneto-telluric method of geophysical prospecting: *Geophysics*, **18**, 605-635.
- Coggon, J. H. (1971): Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method: *Geophysics*, **36**, 132-155.
- Constable, S. C., Parker, R. L., and Constable, G. (1987): Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data, *Geophysics*, **52**, 289-300.
- deGroot-Hedlin, C., and Constable, S. C. (1990): Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data, *Geophysics*, **55**, 1613-1624.
- deGroot-Hedlin, C. (1991): Removal of static shift in two dimensions by regularization inversion, *Geophysics*, **56**, 2102-2106.
- Gamble, T. D., Goubau, W. M. and Clarke, J. (1979): Magnetotellurics with a remote reference, *Geophysics*, **44**, 53-68.
- Ghosh, D. P. (1971): The application of linear filter theory to the direct interpretation of geoelectrical resistivity sounding measurements: *Geophys. Prosp.*, **19**, 192-217.
- Goldstein, M. A., and Strangway, D. W. (1975): Audio-frequency magnetotellurics with a grounded electric dipole source, *Geophysics*, **40**, 669-683.
- Groom, R. W., and Bailey, R. C. (1991): Decomposition of magnetotelluric impedance tensors in the presence of local three-dimensional galvanic distortions, *J. Geophys. Res.*, **94-B2**, 1913-1925.
- 林知巳夫・鈴木達三 編 (1986): 統計学特論、放送大学学術振興会、東京、236p.
- Hishida, H., Minami, H., and Tsujimoto, T. (1992): Case study on resistivity tomography in mining districts, *Geotomography Vol. 2*, Soc. Explor. Geophys. Japan, 229-245.
- Inman, J. R. (1975): Resistivity inversion with ridge regression, *Geophysics*, **40**, 798-817.
- Jackson, D. D., and Matsu'ura, M. (1985): A Bayesian approach to nonlinear inversion, *J. Geophys. Res.*, **90-B1**, 581-591.
- Jones, A. G. (1993): The COPROD2 dataset: tectonic setting, recorded MT data and comparison of models, *J. Geomag. Geoelectr.*, **45**, 933-955.

- Jupp, D. L. B., and Vozoff, K. (1977): Two-dimensional magnetotelluric inversion, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **50**, 333-352.
- 神谷英樹・島 裕雅 (1994): 二極法データを用いた三次元比抵抗自動解析法－実用的な地表探査法としての三次元比抵抗映像法, 物理探査, **47**, 183-198.
- 金属鉱業事業団 (1991): 平成 2 年度鉱物資源探査技術開発調査 ボーリング孔利用物理探査による高精度地質解析技術の開発 報告書, 71p.
- Lytle, R. J., and Dines, K. A. (1980): Iterative ray tracing between boreholes for underground image reconstruction, *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, **GE-18**, 234-239.
- Mackie, R. L., and Madden, T. R. (1993): Three-dimensional magnetotelluric inversion using conjugate gradients, *Geophys. J. Int.*, **115**, 215-229.
- 松岡俊文 (1986): インバージョンにおける数値解法 -最小二乗法を中心にして-, 物理探査, **39**, 340-356.
- 光畑裕司・小川康雄 (1994): 仙岩澄川地域におけるTEM法調査とMT法データのスタティックシフト補正、物理探査、**47**, 11-23.
- 光畑裕司・内田利弘 (1995): 北海道南茅部地域における地表電磁探査法調査、地質調査所報告, No. 282, 51-76.
- Mitsuhata, Y. (1994): Application of prior information of smooth resistivity structure to 1-D inversion of magnetotelluric data by using the ABIC minimization method, *Geophys. Explor. (Butsuri-Tansa)*, **47**, 358-374.
- 村田泰章 (1990): ABIC最小化法によるブーゲー密度の推定、地震 2、**43**, 327-339.
- 中川 徹・小柳義夫 (1982): 最小二乗法による実験データ解析、東京大学出版会、206p.
- Newman, G. A. (1995): Crosswell electromagnetic inversion using integral and differential equations, *Geophysics*, **60**, 899-911.
- 西川信康 (1992): 菱刈鉱山地区における変質分帯と物性の関係、平成 3 年度広域地質構造調査報告書、構造解析総合調査、通商産業省、157-187.
- 小川康雄 (1988): MT法の 2 次元順・逆解析プログラムリスト、地質調査所研究資料集、No. 59, 96p.
- Ogawa, Y. (1992): Deep crustal resistivity structure revealed by wideband magnetotellurics - Tohoku and Hokkaido region, Ph. D. Thesis, University of Tokyo, 1992, 320p.
- Pelton, W. H., Rijo, L., and Swift, C. M., Jr. (1978): Inversion of two-dimensional resistivity and induced-polarization data, *Geophysics*, **43**, 788-803.
- Petrick, W. R., Pelton, W. H. and Ward, S. H. (1977): Ridge regression inversion applied to crustal resistivity sounding data from South Africa, *Geophysics*, **42**, 995-1005.
- Rodi, W. L. (1976): A technique for improving the accuracy of finite element solutions for magnetotelluric data, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **44**, 483-506.
- 佐々木 裕 (1981): 比抵抗垂直探査における 2 次元構造の自動解析(I), 物理探査, **34**, 341-350.
- 佐々木 裕 (1986): 2 次元構造に対するMTの分解能, 物理探査, **39**, 207-215.
- 佐々木 裕 (1988): 比抵抗法 2 次元インバージョンの改良, 物理探査, **41**, 111-115.

- Sasaki, Y. (1989): Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data, *Geophysics*, **54**, 254-262.
- 佐々木 裕 (1994): 3次元電気探査の役割と可能性, 物理探査, **47**, 351-357.
- Shima, H. (1990): Two-dimensional automatic resistivity inversion technique using alpha centers, *Geophysics*, **55**, 682-694.
- 新エネルギー総合開発機構 (1985): 昭和60年度地熱探査技術等検証調査 仙岩地域シュランベルジャ法調査報告書.
- 新エネルギー総合開発機構 (1988): 昭和61年度地熱探査技術等検証調査 仙岩地域3,000m級坑井調査報告書.
- 新エネルギー・産業技術総合開発機構 (1989): 昭和63年度地熱探査技術等検証調査 断裂型貯留層探査法開発 EMAP法調査報告書.
- 新エネルギー・産業技術総合開発機構 (1992): 平成3年度全国地熱資源総合調査 (第3次) 新資源調査手法検討 空中電磁・空中磁気調査報告書.
- 新エネルギー・産業技術総合開発機構 (1994): 平成5年度地熱探査技術等検証調査 断裂型貯留層探査法開発 アレイ式CSMT法開発 報告書.
- 白水春雄 (1988): 粘土鉱物学、朝倉書店、185p.
- Smith, N. C., and Vozoff, K. (1984): Two-dimensional DC resistivity inversion for dipole-dipole data, *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, **GE-22**, 21-28.
- Smith, J. T., and Booker, J. R. (1988): Magnetotelluric inversion for minimum structure, *Geophysics*, **53**, 1565-1576.
- Smith, J. T., and Booker, J. R. (1991): Rapid inversion of two- and three-dimensional magnetotelluric data, *J. Geophys. Res.*, **96-B3**, 3905-3922.
- Sternberg, B. K., Washburne, J. C., and Pellerin, L. (1988): Correction for the static shift in magnetotellurics using transient electromagnetic soundings: *Geophysics*, **53**, 1459-1468.
- Tarantola, A., and Valette, B. (1982): Inverse problem = quest for information, *J. Geophys.*, **50**, 159-170.
- Ting and Hohmann (1981): Integral equation modeling of three-dimensional magnetotelluric response, *Geophysics*, **46**, 182-197.
- Torres-Verdin, C., and Bostick, F. X., Jr. (1992): Principles of spatial surface electric field filtering in magnetotellurics: Electromagnetic array profiling (EMAP): *Geophysics*, **57**, 603-622.
- Tripp, A. C., Hohmann, G. W., and Swift, C. M., Jr. (1984): Two-dimensional resistivity inversion, *Geophysics*, **49**, 1708-1717.
- 内田利弘 (1990): 比抵抗構造から解釈される地熱貯留構造について - 仙岩地熱地域を例にして、日本地熱学会誌、**12**, 1-21.
- 内田利弘・高倉伸一 (1990): CSAMT法のすすめ, 地質ニュース, No. 428, 38-47.
- Uchida, T., and Murakami, Y. (1990): Development of a Fortran code for two-dimensional Schlumberger inversion, *Geological Survey of Japan Open-File Report*, No. 150, 50p.
- Uchida, T. (1991): Two-dimensional resistivity inversion for Schlumberger sounding, *Geophys.*

*Explor. (Butsuri-Tansa)*, **44**, 1-17.

内田利弘 (1992a): ABIC 2 次元インバージョンの比抵抗法実測データへの適用、物理探査学会第87回学術講演会論文集、231-234.

内田利弘 (1992b): 比抵抗法 2 次元インバージョンの安定化について、地磁気観測所技術報告、Vol. 32、CA研究会論文集、180-188.

内田利弘 (1993a): ABIC最小化法による最適平滑化拘束の比抵抗法 2 次元インバージョン、物理探査、**46**, 105-119.

Uchida, T. (1993a): Smooth 2-D inversion for magnetotelluric data based on statistical criterion ABIC, *J. Geomag. Geoelectr.*, **45**, 841-858.

Uchida, T. (1993b): Inversion of COPROD2 magnetotelluric data by use of ABIC minimization method, *J. Geomag. Geoelectr.*, **45**, 1063-1071.

Uchida, T., and Ogawa, Y. (1993): Development of Fortran code for two-dimensional magnetotelluric inversion with smoothness constraint, *Geological Survey of Japan Open-File Report*, No. 205, 115p.

内田利弘 (1994a): 地熱貯留層周辺の比抵抗構造、地質ニュース、No. 477, 42-46.

内田利弘・光畑裕司 (1995): 澄川地熱地区におけるMT法データの 2 次元解析とその解釈、地質調査所報告、No. 282, 17-49.

Uchida, T. (1995): Resistivity structure of Sumikawa geothermal field, northeastern Japan, obtained from magnetotelluric data, *Proceedings of World Geothermal Congress 1995*, Florence, Italy, 921-925.

Vozoff, K. (1972): The magnetotelluric method in the exploration of sedimentary basins, *Geophysics*, **37**, 98-141.

Vozoff, K. (1991): The magnetotelluric methods, in Nabighian, M. N. ed., *Electromagnetic methods in applied geophysics, vol. 2, Application, Part B*, Soc. Expl. Geophys., 641-711.

横山秀吉・中塚勝人・阿部 司・渡部賢一 (1983): 含水岩石の比抵抗の温度依存性とその地下温度予測への応用について、日本地熱学会誌, **5**, 103-120.

Zonge, K. L., Ostrander, A. G., and Emer, D. F. (1986): Controlled-source audio-frequency magnetotelluric measurements, in Vozoff, K., ed., *Magnetotelluric methods*, Geophysics Reprint Series, No. 5, Soc. Expl. Geophys., 749-763.

Zonge, K. L., and Hughes, L. J. (1991): Controlled source audio-frequency magnetotellurics, in Nabighian, M. N. ed., *Electromagnetic methods in applied geophysics, vol. 2, Application, Part B*, Soc. Expl. Geophys., 641-711.